

SEGUNDA LECCIÓN CONTROL AUTOMÁTICO

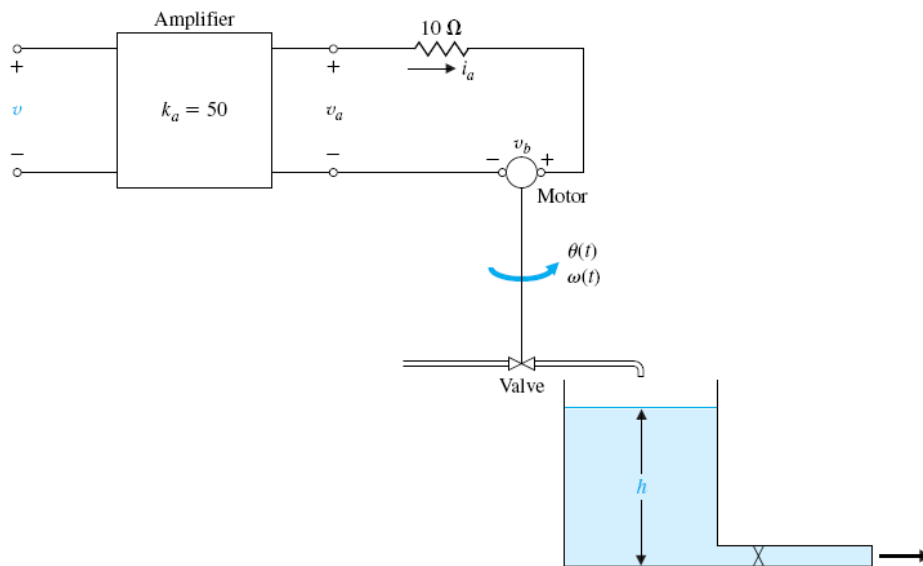
JUNIO 7 DE 2013

El nivel de agua, $h(t)$, es controlado por un sistema de lazo abierto, como se muestra en la figura. Un motor de corriente continua controlado por una corriente de armadura hace girar un eje, la apertura de una válvula. La inductancia del motor de corriente continua es insignificante, esto es $L_a = 0$. También, tanto la fricción de rotación del eje del motor como de la válvula es insignificante, es decir, $b = 0$. La altura del agua en el tanque está dada por:

$$h(t) = \int [1.6\theta(t) - h(t)] dt$$

La constante del motor es $K_m = 10$, y la inercia del eje del motor y la válvula es $J = 6 \times 10^{-3} \text{ kg-m}^2$. Determine:

- (60 p) La ecuación diferencial para $h(t)$ en función de $v(t)$
- (40 p) La función de transferencia $H(s) / V(s)$



SOLUCIÓN:

$$h = \int (1.6 \cdot \theta - h) dt \rightarrow \frac{dh}{dt} = 1.6 \cdot \theta - h \rightarrow \frac{d^2 h}{dt^2} = 1.6 \frac{d\theta}{dt} - \frac{dh}{dt} \rightarrow \frac{d^3 h}{dt^3} = 1.6 \frac{d^2 \theta}{dt^2} - \frac{d^2 h}{dt^2}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \quad ; \quad T_m = K_m \cdot i_a = J \frac{d\omega}{dt} \quad ; \quad \frac{d^2 \theta}{dt^2} = \frac{K_m}{J} i_a$$

$$i_a = \frac{v_a - v_b}{10} \quad ; \quad v_a = K_a v = 50v \quad ; \quad v_b = K_b \frac{d\theta}{dt} \rightarrow i_a = 5v - \frac{K_b}{10} \frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = \frac{K_m}{J} \left(5 \cdot v - \frac{K_b}{10} \frac{d\theta}{dt} \right) \rightarrow \frac{d^3 h}{dt^3} = 1.6 \frac{K_m}{J} \left(5 \cdot v - \frac{K_b}{10} \frac{d\theta}{dt} \right) - \frac{d^2 h}{dt^2}$$

$$\frac{d^3 h}{dt^3} + \frac{d^2 h}{dt^2} + 1.6 \frac{K_m K_b}{10J} \frac{d\theta}{dt} = \frac{8K_m}{J} v \quad ; \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{1.6} \left(\frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{dh}{dt} \right)$$

$$a) \quad \frac{d^3 h}{dt^3} + \left(1 + \frac{K_m K_b}{10J} \right) \frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{K_m K_b}{10J} \frac{dh}{dt} = \frac{8K_m}{J} v$$

$$b) \quad \left(s^3 + \left(1 + \frac{K_m K_b}{10J} \right) s^2 + \frac{K_m K_b}{10J} s \right) H(s) = \frac{8K_m}{J} V(s) \quad ; \quad \frac{H(s)}{V(s)} = \frac{\frac{8K_m}{J}}{s \left(s^2 + \left(1 + \frac{K_m K_b}{10J} \right) s + \frac{K_m K_b}{10J} \right)}$$