التمرين الأول : (3,0 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

النقط $A(-2,2,8)$ و $B(6,6,0)$ و $C(2,-1,0)$ و $D(0,1,-1)$

و (S) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$.

0,75 ن	1		حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{OC}\wedge\overrightarrow{OD}$. و استنتج أن : $x+2y+2z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OCD) .
0,50 ن	2		تحقق من أن (S) هي الفلكة التي مركزها $\Omega(2,4,4)$ و شعاعها 6 .
0,50 ن	3	أ	أحسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (OCD) .
0,50 ن	3	ب	استنتج أن المستوى (OCD) مماس للفلكة (S) .
0,75 ن	3	ج	تحقق من أن : $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$ ثم استنتج أن النقطة O هي نقطة تماس الفلكة (S) و المستوى (OCD) .

التمرين الثاني : (3,0 ن)

نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=2-2i$ و $b=\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $c=1-\sqrt{3}+(1+\sqrt{3})i$.

1,00 ن	1		أكتب على الشكل المثلثي كلا من العددين العقديين a و b .
	2		نعتبر الدوران $\mathcal{R}$ الذي مركزه النقطة O و زاويته $\frac{5\pi}{6}$.
0,75 ن	2	أ	ليكن z لحق نقطة M من المستوى العقدي و z' لحق M' صورة M بالدوران $\mathcal{R}$. بين أن : $z'=bz$
0,50 ن	2	ب	تحقق من أن النقطة C هي صورة النقطة A بالدوران $\mathcal{R}$.
0,75 ن	3		بين أن : $\arg c\equiv\arg a+\arg b\ [2\pi]$ ثم حدد عمدة العدد العقدي C .

التمرين الثالث : (3,0 ن)

يحتوي صندوق على ثلاث كرات بيضاء و أربع كرات سوداء و خمس كرات حمراء (لا يمكن التمييز بينها باللمس) . نسحب عشوائيا و تآنيا ثلاث كرات من الصندوق .

نعتبر الحدثين التاليين :

A : " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون " .

B : " الحصول على ثلاث كرات مختلفة مثنى مثنى " .

1,50 ن	1		بين أن : $p(A)=\frac{3}{44}$ و $p(B)=\frac{3}{11}$.
	2		ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة لثلاث كرات بعدد الألوان التي تحملها .
0,25 ن	2	أ	حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .
1,25 ن	2	ب	حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب الأمل الرياضي E(X) و المغايرة V(X) .

www.baclive.blogspot.com

التمرين الرابع : (2,0 ن)

نضع : $I = \int_{-2}^{-1} \left(\frac{x}{x+3}\right) dx$ و $J = \int_{-2}^{-1} \ln(2x+6)\, dx$

0,25 ن		1	أ	تحقق من أن : $(\forall x \neq -3)\ ;\ \frac{x}{x+3} = 1 - \frac{3}{x+3}$
0,75 ن		1	ب	بين أن : $I = 1 - 3\ln 2$
1,00 ن		2		باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $J = -I$.

التمرين الخامس : (9 ن)

I نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث : $f(x) = 2\ln\left(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2\right)$

و $(\mathscr{C})$ هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

0,75 ن	I	1		تحقق من أن : $(\forall x \in \mathbb{R})\ :\ e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 = \left(\sqrt{e^x} - 1\right)^2 + 1$.
				ثم استنتج أن مجموعة تعريف الدالة f هي $\mathbb{R}$ و أن : $(\forall x \in \mathbb{R})\ ;\ 1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x} > 0$
0,75 ن	I	2		أحسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ثم بين أن : $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \ln 4$ و أوّل النتيجة هندسيا.
1,00 ن	I	3	أ	بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R})\ ;\ f'(x) = \frac{2\sqrt{e^x}\left(\sqrt{e^x} - 1\right)}{\left(\sqrt{e^x} - 1\right)^2 + 1}$ و تحقق أن : $f'(0) = 0$
0,50 ن	I	3	ب	أدرس إشارة $\left(\sqrt{e^x} - 1\right)$ على $\mathbb{R}$ و استنتج أن الدالة f تزايدية على المجال $[0; +\infty[$ و تناقصية على المجال $]-\infty; 0]$.
0,25 ن	I	4	أ	تحقق من أن : $(\forall x \in \mathbb{R})\ ;\ f(x) = 2x + 2\ln\left(1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x}\right)$
0,75 ن	I	4	ب	بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = 2x$ مقارب للمنحنى $(\mathscr{C})$ بجوار $+\infty$
0,25 ن	I	5	أ	تحقق من أن : $(\forall x \in \mathbb{R})\ :\ e^x - 3\sqrt{e^x} + 2 = \left(\sqrt{e^x} - 1\right)\left(\sqrt{e^x} - 2\right)$
0,50 ن	I	5	ب	أدرس إشارة كل من : $\left(\sqrt{e^x} - 2\right)$ و $\left(\sqrt{e^x} - 1\right)\left(\sqrt{e^x} - 2\right)$ على $\mathbb{R}$.
0,25 ن	I	5	ج	استنتج أن : $(\forall\, x \in [0; \ln 4])\ ;\ e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 \leq \sqrt{e^x}$.
0,75 ن	I	5	د	بين أن : $(\forall\, x \in [0; \ln 4])\ ;\ 0 \leq f(x) \leq x$.
0,75 ن	I	6		أنشئ المنحنى $(\mathscr{C})$ نقبل أن للمنحنى $(\mathscr{C})$ نقطتي انعطاف أفصول إحداها أصغر من -1 و أفصول الأخرى أكبر من 2 تحديدهما غير مطلوب) .

II لتكن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_{n+1} = f(u_n)\ ;\ \forall n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 1 \end{cases}$

في الأسئلة الموالية يمكن استعمال نتائج دراسة الدالة f .

0,75 ن	II	1		بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N})\ ;\ 0 \leq u_n \leq \ln 4$
0,75 ن	II	2		بين أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية .
1,00 ن	II	3		استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة و حدد نهايتها .

www.baclive.blogspot.com