

Département de Physique, Filière SMP (S5), Parcours Energétique  
Contrôle #1 - Transferts Thermiques (1h30)

Exercice 1

Un chauffage électrique très mince de longueur  $L (L \gg r_2)$  et de puissance réglable  $Q$ , est inséré entre une barre de rayon  $r_1$  et un tube de rayons interne et externe  $r_1$  et  $r_2$  (voir figure). La surface externe du tube échange de la chaleur avec le milieu extérieur à  $T_\infty$  avec un coefficient  $h$ . Le tube a une conductivité thermique  $\lambda$ , une masse volumique  $\rho$  et une chaleur spécifique  $C_p$ .

1. En régime permanent,  $Q$  est réglé pour que la température de chauffage soit  $T_1 = T(r_1) = \text{constante}$ .

a- Montrer que la barre est à la température uniforme  $T_1$  et que la résistance thermique du tube est  $R_1 = \ln(r_2/r_1)/(2\pi L\lambda)$ .

b- Donner l'expression de  $Q$  nécessaire pour maintenir  $T_1$ .

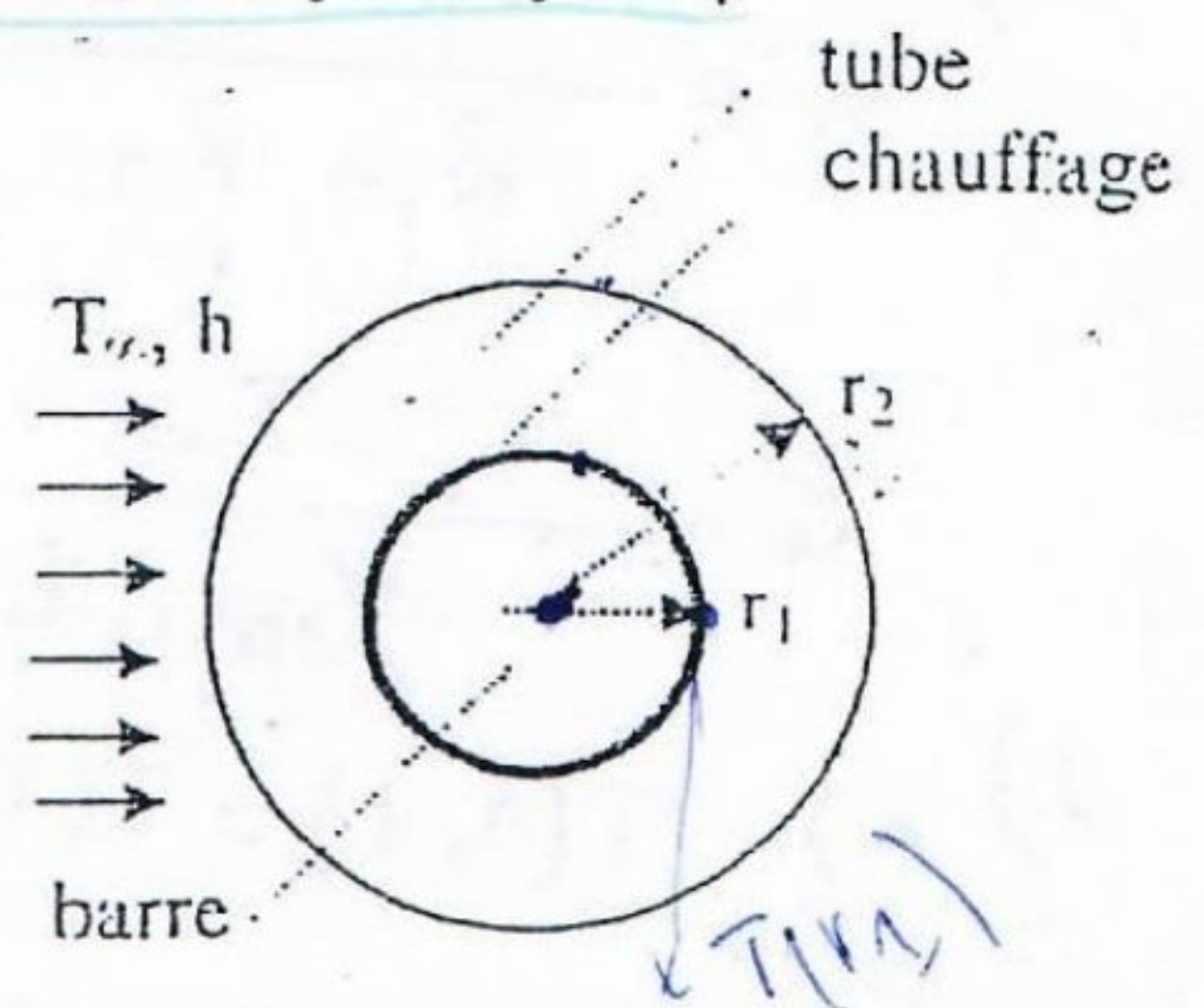
En déduire la température  $T_2 = T(r_2)$  correspondant à  $Q$ .

2. La barre est d'un matériau isolant idéal. En un instant  $t=0$ , le chauffage électrique est débranché ( $Q=0$ ).

a- Dans quelle condition, le tube peut être considéré isotherme  $T(r,t) = T(t)$

b- Donner l'expression de  $T(t)$ , en fonction des données, ~~et de celle de la constante de temps du tube.~~

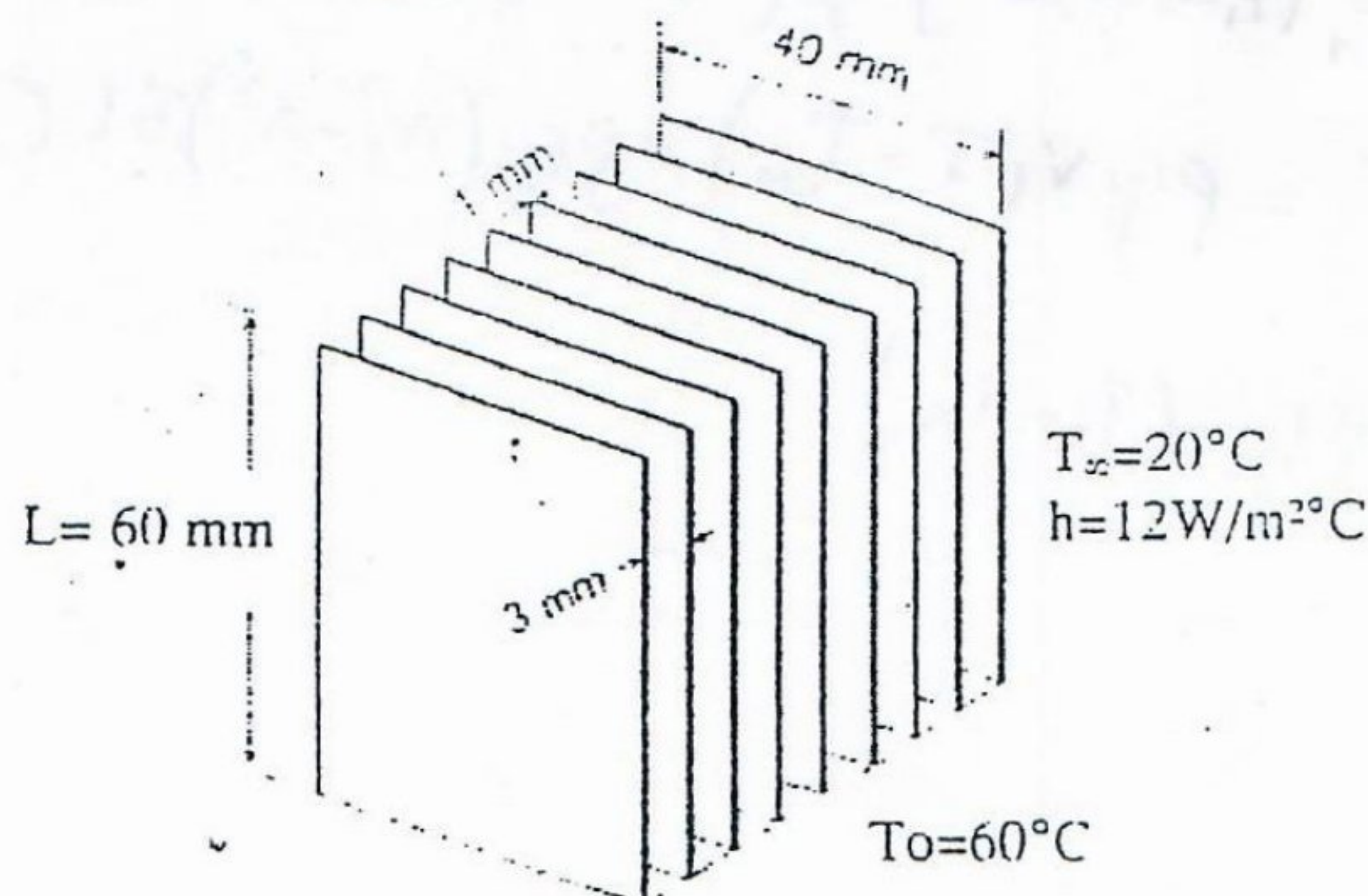
c- Déterminer l'énergie  $\Phi(t_1)$  cédée par le tube à l'extérieur entre les instants  $t=0$  et  $t=t_1$ . Calculer  $\Phi(t_1 \rightarrow \infty)$ .



Exercice 2 : N.B.: Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

Un système composé de 9 ailettes est utilisé pour refroidir un dispositif électronique (voir figure). Chaque ailette est de conductivité  $\lambda = 175 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ , de longueur  $L = 60 \text{ mm}$ , de largeur  $W = 40 \text{ mm}$  et d'épaisseur  $e = 1 \text{ mm}$ . La distance entre deux ailettes est  $d = 3 \text{ mm}$ , la température de la base du système est  $T_0 = 60^\circ\text{C}$  et l'ensemble échange par convection avec un fluide à  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$  avec un coefficient d'échange constant  $h = 12 \text{ W/m}^2\text{C}$  (voir figure). On néglige le transfert de chaleur sur les bouts des ailettes ( $x=L$ , est adiabatique).

1. A partir du bilan thermique sur un élément de volume de longueur  $dx$ , déterminer l'expression de la température en une section donnée  $T(x)$ .
2. Calculer le flux  $Q_0$  dégagé par une ailette ainsi que son rendement ~~et son efficacité.~~
3. En déduire le flux total dégagé par le système à ailettes.



5

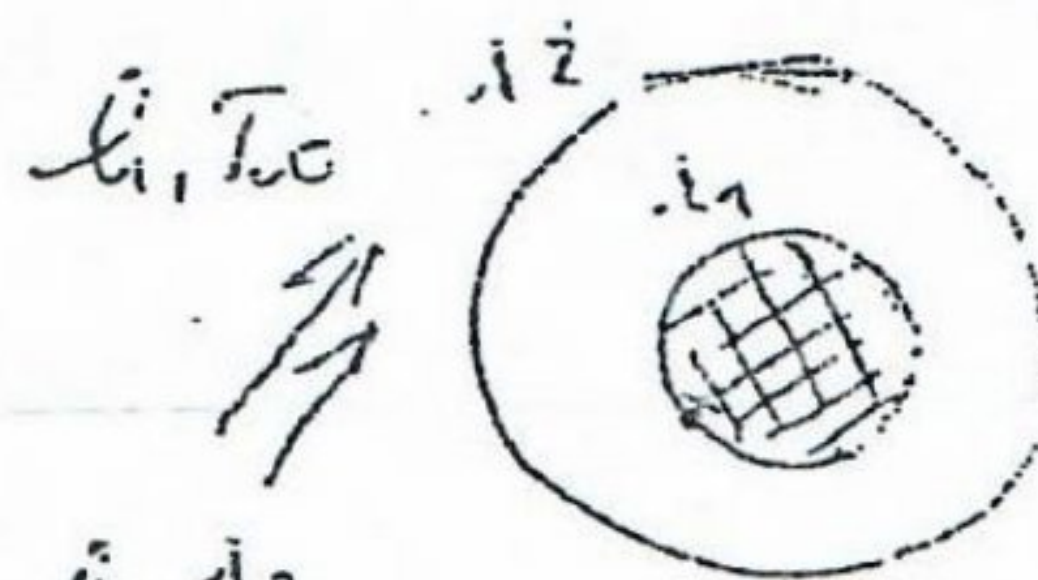


## Exercice 1

- 1) a) Pour la barre, en régime permanent
- $$\frac{1}{\lambda} \frac{d}{dr} \left( \lambda \frac{dT}{dr} \right) = 0 \rightarrow \lambda \frac{dT}{dr} = C_1 \rightarrow T(r) = C_1 \ln r + C_2$$
- Or en  $r = r_1$ ,  $\frac{dT}{dr} = 0 \rightarrow C_1 = 0$  et  $T(r_1) = T_1 = C_2$

Donc  $T(r) = T_1 = C_2$

$$Q = -\lambda A \frac{dT}{dr} \rightarrow dT = -Q \frac{1}{2\pi\lambda L} \frac{dr}{r} \rightarrow R_1 = \frac{1}{2\pi\lambda L} \ln \frac{r_2}{r_1}$$



b)

$$Q = \frac{T_1 - T_\infty}{R_1 + R_2} = \frac{T_1 - T_\infty}{\frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi\lambda_1 L} + \frac{1}{2\pi\lambda_2 L}}$$

$$\frac{T_\infty - T_2 - T_1 - Q}{R_2 R_1}$$

$$Q = \frac{T_2 - T_\infty}{\frac{1}{2\pi\lambda_2 L}} \rightarrow T_2 = T_\infty + (2\pi\lambda_2 L \ln \frac{r_2}{r_1})^{-1} Q = T_\infty + \frac{Q}{2\pi\lambda_2 L \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

2) a)  $T(r_1, t) = T(t)$  si  $Bi = \frac{h_1 L_c}{\lambda} < 0,1$  avec  $L_c = \frac{\pi(r_2^2 - r_1^2)L}{2\pi\lambda_2 L} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$

b)

$$\rho C_p V \frac{dT}{dt} = \rho C_p \pi(r_2^2 - r_1^2)L \frac{dT}{dt} = h(2\pi\lambda_2 L)(T_\infty - T)$$

$$\Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = -m\theta \text{ avec } \theta = T - T_\infty \text{ et } m = \frac{2h\lambda_2}{\rho C_p(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)}$$

Donc

$$\theta(t) = T(t) - T_\infty = (T_1 - T_\infty) e^{-mt}$$

La constante de temps est  $\tau = 1/m = \frac{\rho C_p(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)}{2h\lambda_2}$

c)

$$\phi(t) = \int_0^{t_1} (2\pi\lambda_2 L) (T(t) - T_\infty) dt = 2\pi\lambda_2 L h (T_1 - T_\infty) \int_0^{t_1} \frac{e^{-mt}}{(T_1 - T_\infty) - mt_1} dt$$

$$= 2\pi\lambda_2 L h (T_1 - T_\infty) \frac{1}{m} (1 - e^{-mt_1}) = \rho C_p (\lambda_2^2 - \lambda_1^2) \pi L (1 - e^{-mt_1})$$

Si  $t_1 \rightarrow \infty$   $\phi_1(t_1 \rightarrow \infty) = \rho C_p (\lambda_2^2 - \lambda_1^2) \pi L (T_1 - T_\infty)$

ou  $\phi_1 = \int_0^t \rho C_p V dT = \rho C_p V (T - T_\infty) = \rho C_p (\lambda_2^2 - \lambda_1^2) \pi L (T_1 - T_\infty) (1 - e^{-mt_1})$

et  $t \rightarrow \infty$   $\phi_1 = \rho C_p V (T_1 - T_\infty)$



## Exercice 2

1) a.)

$$Q(x) - [Q(x) - dQ(x)] = h_p dx (T(x) - T_\infty)$$

$$\rightarrow -\frac{dQ(x)}{dx} = -\frac{d}{dx} \left[ A \left( -\lambda \frac{dT}{dx} \right) \right] = \lambda A \frac{d^2 T}{dx^2} = h_p dx (T(x) - T_\infty)$$

avec  $\theta = T(x) - T_\infty$  et  $m^2 = \frac{h_p}{\lambda A}$ , on obtient :

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} = m^2 \theta \rightarrow \theta(x) = C_1 e^{hm(L-x)} + C_2 \sinh m(L-x)$$

$$\left. \frac{d\theta(x)}{dx} \right|_x=0 = 0 \rightarrow -m C_1 \cosh(0) - m C_2 \cosh(0) = -m C_2 \cosh(0) = 0 \rightarrow C_2 = 0$$

$$\theta(x=0) = T_0 - T_\infty = \theta_0 = C_1 e^{hmL} \rightarrow C_1 = \frac{\theta_0}{e^{hmL}}, \text{ donc :}$$

$$T(x) = T_\infty + (T_0 - T_\infty) \frac{e^{hm(L-x)}}{e^{hmL}}$$

2)

$$Q_0 = -\lambda A \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = -\lambda A (T_0 - T_\infty) \frac{-m \cosh mL}{e^{hmL}} = \sqrt{h_p \lambda A} (T_0 - T_\infty) \tanh mL$$

A.N :

$$Q_0 = \left[ (12) (2(0,04 + 0,001)) (175) (0,04 \times 0,001) \right]^{1/2} (60 - 20) \tanh(11,856 \times 0,06)$$

$$Q_0 = 2,030 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{Q_0}{h_p L (T_0 - T_\infty)} = \frac{2,030}{12(0,082)(0,06)(40)} = 0,86$$

$$\epsilon = \frac{Q_0}{h A (T_0 - T_\infty)} = \frac{2,030}{12(0,04 \times 0,001)(40)} = 105,7$$

$$m = \sqrt{\frac{12 \times (2(0,04 + 0,001))}{175 \times (0,04 \times 0,001)}} = 11,8563$$

$$\sqrt{h_p \lambda A} = 0,0830$$

$$p = 0,082 \text{ m}$$

3)

$$Q_t = N Q_0 + (N-1) Q_u$$

$$= 9 \times 2,03 + (9-1) \times 0,0576$$

$$= 18,73 \text{ W}$$

$$N = 9; Q_u = \frac{A_u h (T_0 - T_\infty)}{1} = 0,003 \times 0,04 \times 12(60 - 20)$$

$$= 0,0576$$

$$\epsilon = \frac{Q_0}{Q_u}$$

6



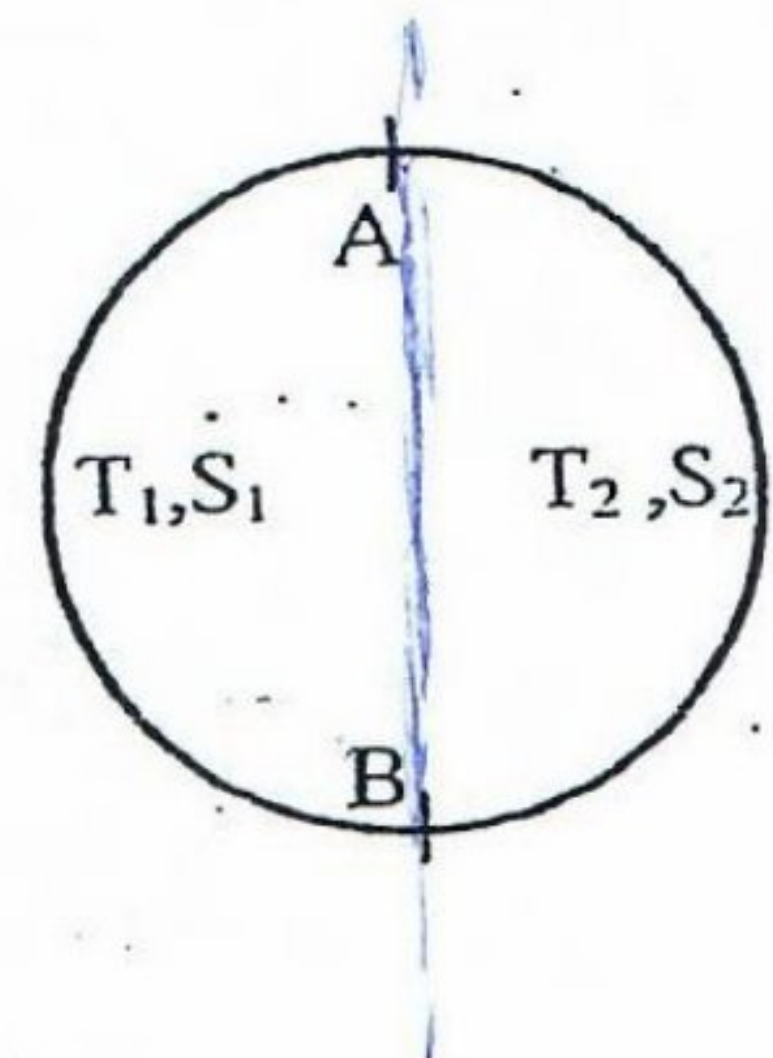
Département de Physique, Filière SMP (S6)  
Contrôle N° 2 - Transferts Thermiques (1h30)

N.B.: - Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

Exercice 1

Deux surfaces  $S_1$  et  $S_2$  ( $S_2=S_1$ ) forment un très long tube de longueur  $L$  et de diamètre  $D$  ( $L \gg D$ ).  $S_1$  et  $S_2$  sont grises et diffusantes d'émissivité  $\varepsilon=0.9$ ; et sont maintenues respectivement aux températures  $T_1=400K$  et  $T_2=300K$  (voir figure). Dans ce problème, on ne considère que les échanges radiatifs. La constante de Stefan-Boltzmann est  $\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} W/m^2 K^4$ .

1. En utilisant la propriété de réciprocité, montrer que le facteur de forme  $F_{12}=2/\pi$ . En déduire les autres facteurs ( $F_{11}, F_{22}$  et  $F_{21}$ ).
2. En utilisant l'analogie électrique, calculer le flux radiatif surfacique  $\phi_2$  reçu par  $S_2$ .
3. Pour réduire ce flux, on ajoute un écran radiatif plan très mince (AB) dont les deux faces  $S_{31}$  et  $S_{32}$  ont une émissivité  $\varepsilon_0=0,1$ . Recalculer  $\phi_2$  et en déduire la température  $T_3$  de l'écran.



Exercice 2

Un fluide de température  $T_\infty$  et de vitesse  $U_\infty$  est en écoulement laminaire sur une plaque plane isotherme à  $T_p$  et de longueur  $L$  ( $0 \leq x \leq L$ ). La distribution de température  $T(x,y)$  dans la couche limite thermique d'épaisseur  $\delta_t(x)$  peut être approximée par :

$$\frac{T(x,y)-T_p}{T_\infty-T_p} = \frac{3y}{2\delta_t(x)} - \frac{1}{2} \left[ \frac{y}{\delta_t(x)} \right]^3 \quad \text{avec} \quad \delta_t(x) = \sqrt{\frac{8\alpha x}{U_\infty}}$$

Le fluide est de diffusivité thermique  $\alpha$ , de conductivité thermique  $\lambda$  et de viscosité cinématique  $\nu$ .

1. Déterminer l'expression du coefficient de convection local  $h(x)$  et puis celle du nombre de Nusselt local  $Nu_x$  en fonction des nombres de Reynolds  $Re_x = U_\infty x / \nu$  et de Prandtl  $Pr = \nu / \alpha$ .
2. Calculer le coefficient de convection moyen  $h_{m,L}$ . Vérifier que  $h_{m,L} = 2 h(L)$ .
3. Calculer, pour  $T_\infty=70^\circ C$ ,  $T_p=120^\circ C$ ,  $L=2m$ ,  $Re_L=10^5$ ,  $Pr=0,026$  et  $\lambda=25,6 W/m^\circ C$ , le flux convectif surfacique  $q$  ( $W/m^2$ ) reçu par le fluide.

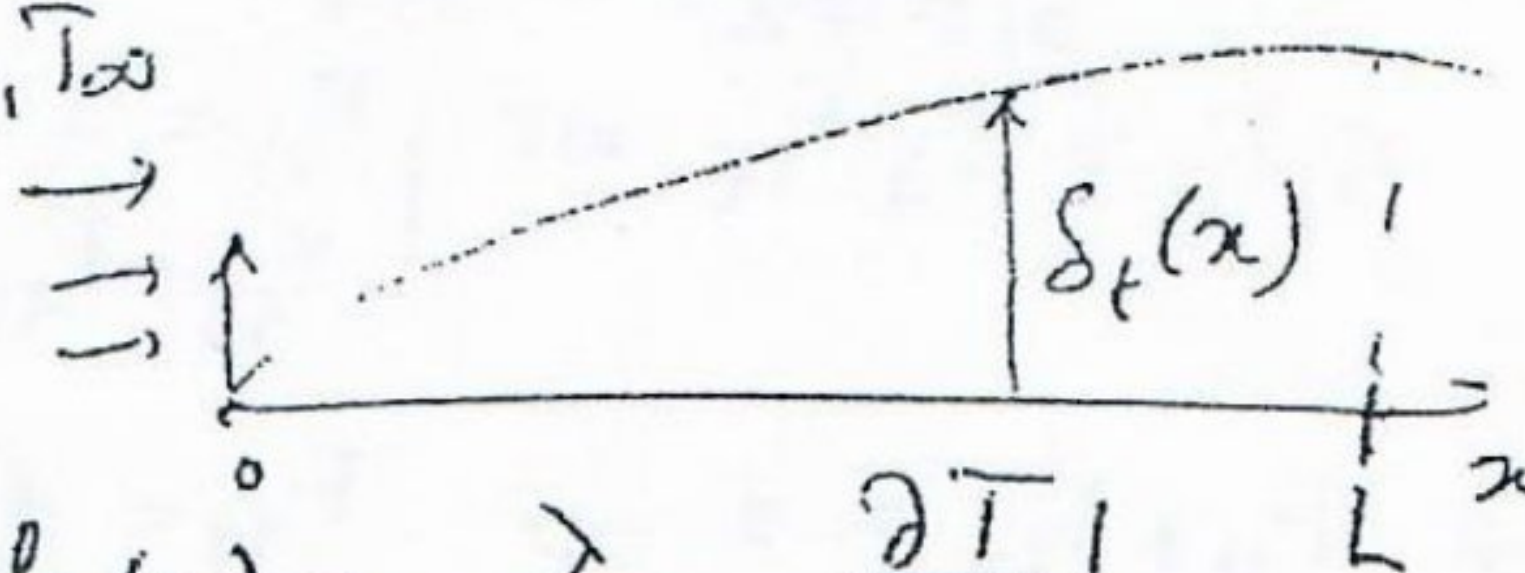
5  
1/11



exercice 2

$$\theta(x, y) = \frac{T(x, y) - T_p}{T_\infty - T_p} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta_t(x)} - \frac{1}{2} \left[ \frac{y}{\delta_t(x)} \right]^3$$

$$\delta_t(x) = \left( \frac{8 \alpha x}{U_\infty} \right)^{1/2}$$



$$1) \quad q(x) = h(x) (T_p - T_\infty) = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \Rightarrow h(x) = -\frac{\lambda}{T_p - T_\infty} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{3}{2 \delta_t(x)} (T_\infty - T_p); \text{ d'où } h(x) = \frac{3 \lambda}{2 \delta_t(x)}$$

$$3) \quad h(x) = \frac{3 \lambda}{2} \left( \frac{8 \alpha x}{U_\infty} \right)^{-1/2} = \frac{3 \lambda}{2 \sqrt{8}} \sqrt{\frac{U_\infty}{\alpha x}} = \frac{3 \lambda}{2 \sqrt{8} x} \sqrt{\frac{U_\infty x}{\alpha}} = \frac{3}{2 \sqrt{8}} \frac{\lambda}{x} Re_x^{1/2} Pr^{1/2}$$

$$4) \quad Nu_x = \frac{h(x) x}{\lambda} = \frac{3}{2 \sqrt{8}} Re_x^{1/2} Pr^{1/2} = 0,530 Re_x^{1/2} Pr^{1/2}$$

$$2) \quad h_{m,L} = \frac{1}{L} \int_0^L h(x) dx = \frac{3}{2 \sqrt{8}} \frac{\lambda}{L} \sqrt{\frac{U_\infty}{\alpha}} \int_0^L x^{-1/2} dx = \frac{3}{2 \sqrt{8}} \frac{\lambda}{L} \sqrt{\frac{U_\infty}{\alpha}} (2 L^{1/2}) = \frac{3 \lambda}{\sqrt{8}} \sqrt{\frac{U_\infty}{\alpha L}}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{8}} \frac{\lambda}{L} \sqrt{\frac{U_\infty L}{\alpha}} = \frac{3}{\sqrt{8}} \frac{\lambda}{L} Re_L^{1/2} Pr^{1/2} = 2 h(L)$$

$$3) \quad q = h_{m,L} (T_p - T_\infty)$$

$$4) \quad h_{m,L} = \frac{3}{\sqrt{8}} \frac{25,6}{2} (105)^{1/2} (0,026)^{1/2} = 692,27 \text{ W/m}^2 \text{C}$$

d'où

$$q = 692,27 (120 - 70) = 34,6 \text{ kW/m}^2$$

$$\approx 34600 \text{ W/m}^2$$

(7)

$$\frac{3}{\sqrt{8}} = \frac{3}{2\sqrt{2}}$$

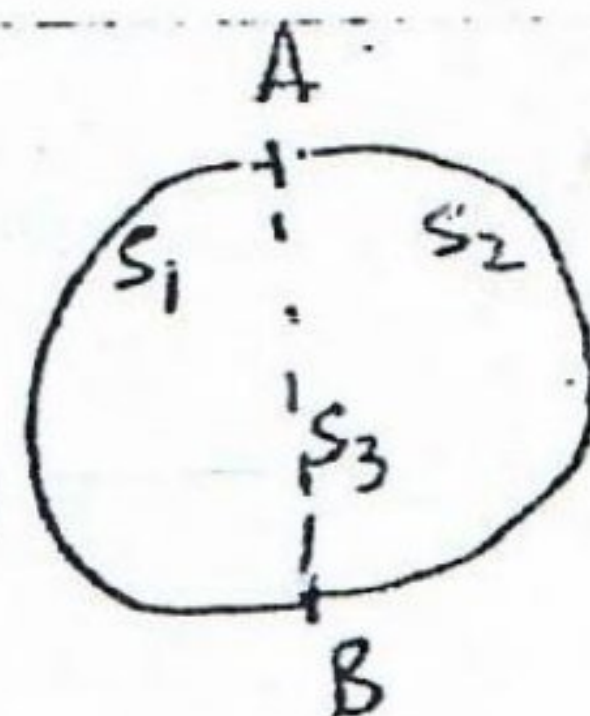


Exercice 1 :  $C_2 - TT - SMP - S_6$

AV 10/11

$T_1 = 400 K$  ;  $T_2 = 300 K$  ,  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon = 0,9$   
 $S_1 = S_2 = \pi D/2$

1)  $S_1 F_{13} = S_3 F_{31}$  or  $F_{31} = 1 \rightarrow F_{13} = \frac{S_3}{S_1}$   
 $F_{13} = F_{12} \rightarrow F_{12} = \frac{S_3}{S_1} = \frac{DL}{\pi \frac{DL}{2}} = \frac{2}{\pi}$

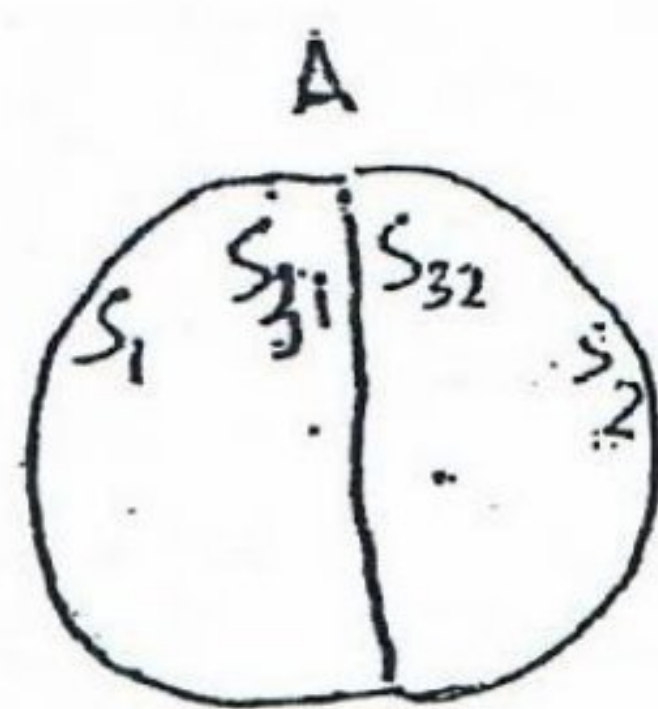
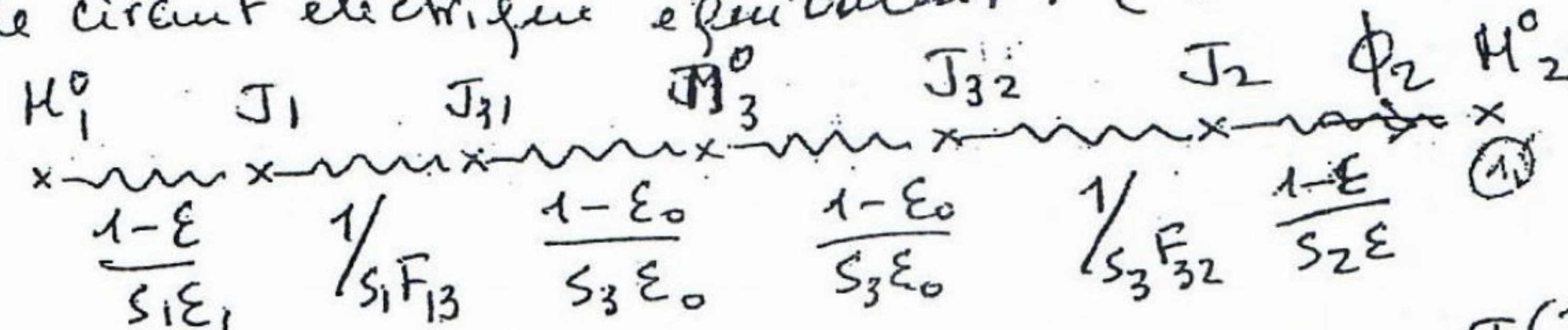


2)  $F_{11} + F_{12} = 1 \rightarrow F_{11} = 1 - \frac{2}{\pi} = \frac{\pi-2}{\pi}$   
 $F_{22} + F_{21} = 1$  et  $S_1 F_{12} = S_2 F_{21} \rightarrow F_{21} = F_{12} = \frac{2}{\pi}$  et  $F_{22} = F_{11} = \frac{\pi-2}{2}$

3)  $S_2 \varphi_2 = \frac{H_1^0 - H_2^0}{\frac{1-\epsilon}{S_1 \epsilon} + \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1-\epsilon}{S_2 \epsilon}} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{2 \frac{1-\epsilon}{\epsilon} + \frac{1}{F_{12}}}$

A.N  $\varphi_2 = \frac{5,67 \cdot 10^{-8} (400^4 - 300^4)}{2 \frac{1-0,9}{0,9} + \frac{\pi}{2}} = 553,4 W/m^2$

3) le circuit électrique équivalent : ( $S_3 = S_{31} = S_{32}$ )



$S_2 \varphi_2 = \frac{H_1^0 - H_2^0}{2 \frac{1-\epsilon}{S_1 \epsilon} + 2 \frac{1-\epsilon_0}{S_3 \epsilon_0} + \frac{1}{S_1 F_{13}} + \frac{1}{S_3 F_{32}}} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{2 \frac{1-\epsilon}{\epsilon} + 2 \frac{S_1 (1-\epsilon_0)}{S_3 \epsilon_0} + \frac{2}{F_{13}}}$

car  $S_3 F_{32} = S_2 F_{23} = S_1 F_{13} = S_1 F_{12}$  et  $S_1 = S_2$ , en plus  $S_1/S_3 = \pi/2$ .

A.N  $\varphi_2 = \frac{5,67 \cdot 10^{-8} (400^4 - 300^4)}{2 \frac{1-0,9}{0,9} + \pi \frac{1-0,1}{0,1} + 2 \frac{\pi}{2}} = 31,4 W/m^2$

Calcul de  $T_3$ :  $S_2 \varphi_2 = S_1 \varphi_2 = \frac{H_1^0 - H_3^0}{\frac{1-\epsilon}{S_1 \epsilon} + \frac{1}{S_1 F_{13}} + \frac{1-\epsilon_0}{S_3 \epsilon_0}} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_3^4)}{\frac{1-\epsilon}{\epsilon} + \frac{1}{F_{13}} + \frac{S_1 (1-\epsilon_0)}{S_3 \epsilon_0}}$

D'où :

$T_3^4 = T_1^4 - \frac{\varphi_2}{\sigma} \left( \frac{1-\epsilon}{\epsilon} + \frac{1}{F_{13}} + \frac{S_1 (1-\epsilon_0)}{S_3 \epsilon_0} \right)$

A.N

$T_3^4 = 400^4 - \frac{31,4}{5,67 \cdot 10^{-8}} \left( \frac{1-0,9}{0,9} + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \frac{1-0,1}{0,1} \right) = 1,68 \cdot 10^4 K^4$

2)

$T_3 = 360,2 K$



Département de Physique, Filière SMP (S<sub>6</sub>)  
Contrôle #1 - Transferts Thermiques (1h30)

N.B.: - Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

**Exercice 1**

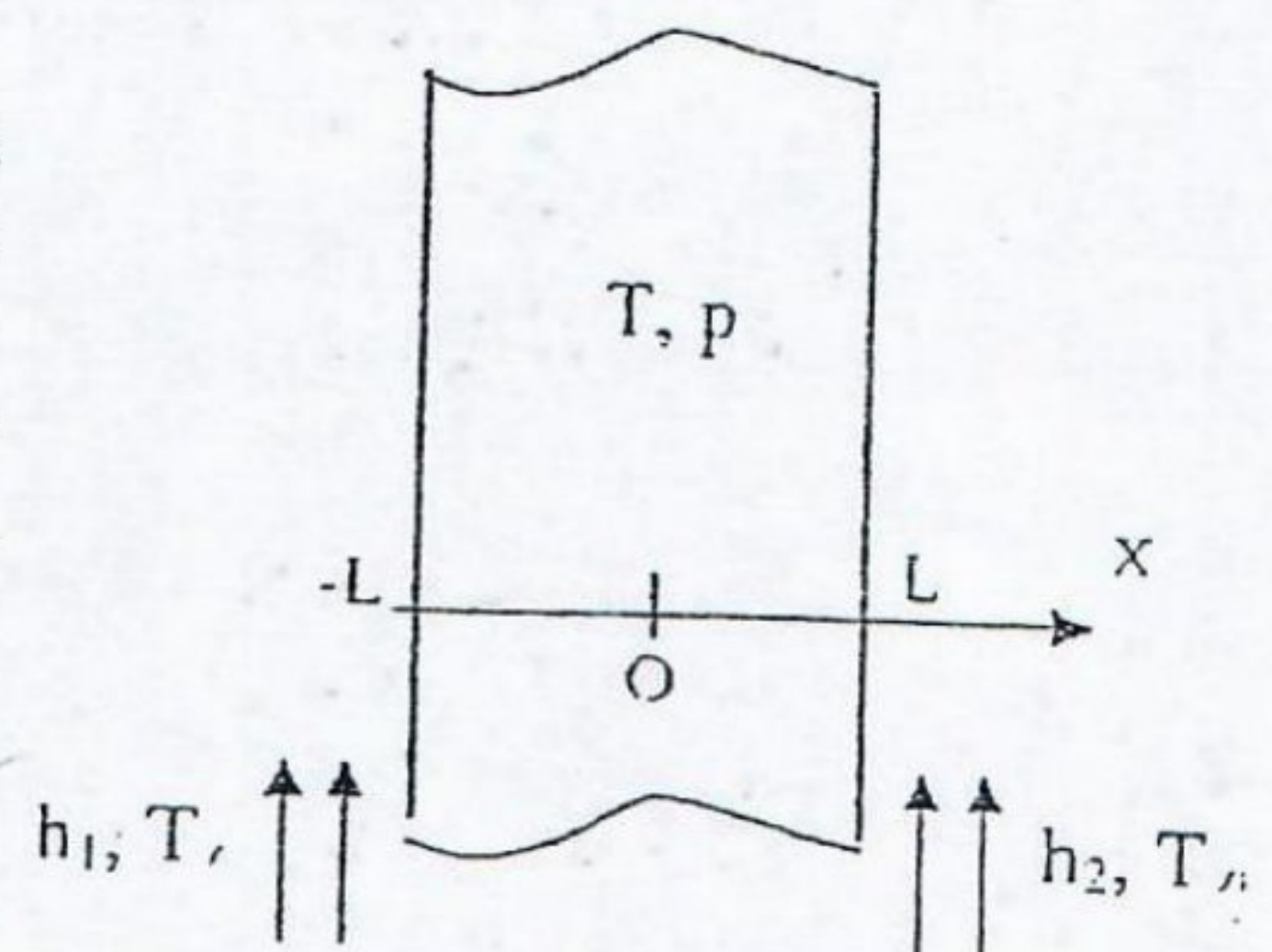
On considère la conduction monodimensionnelle dans une large paroi, d'épaisseur  $2L = 0,04\text{m}$  ( $-L \leq x \leq L$ ) et de conductivité  $\lambda = 5\text{W/mK}$ , au sein de laquelle il y a une génération de chaleur par unité de volume constante  $p(\text{W/m}^3)$ . Les deux faces de la paroi  $x = -L$  et  $x = L$ , échangent par convection avec un fluide à  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ , mais respectivement avec des coefficients  $h_1$  et  $h_2$  (voir figure).

1. En régime permanent la distribution de température dans la paroi est donnée par  $T(x) = a + bx + cx^2$ , où  $a = 100^\circ\text{C}$ ,  $b = -200^\circ\text{C/m}$  et  $c = -2 \cdot 10^4^\circ\text{C/m}^2$ .

Déterminer la génération interne de chaleur  $p$  ainsi que les flux surfaciques  $q_1$  et  $q_2$  sortants des faces  $x = -L$  et  $x = L$  respectivement. Quelle est la relation qui lie  $p$ ,  $q_1$  et  $q_2$  ? expliquez.

2. En un instant, la génération de chaleur est désactivée ( $p = 0$ ). La paroi a une masse volumique  $\rho = 2400\text{kg/m}^3$  et une chaleur spécifique  $C_p = 800\text{J/kgK}$ .

- Calculer la variation de l'énergie stockée par unité de volume dans la paroi en cet instant.
- Avant d'atteindre le nouveau régime d'équilibre, quelle est la quantité d'énergie par unité de surface fournie par la paroi au fluide.

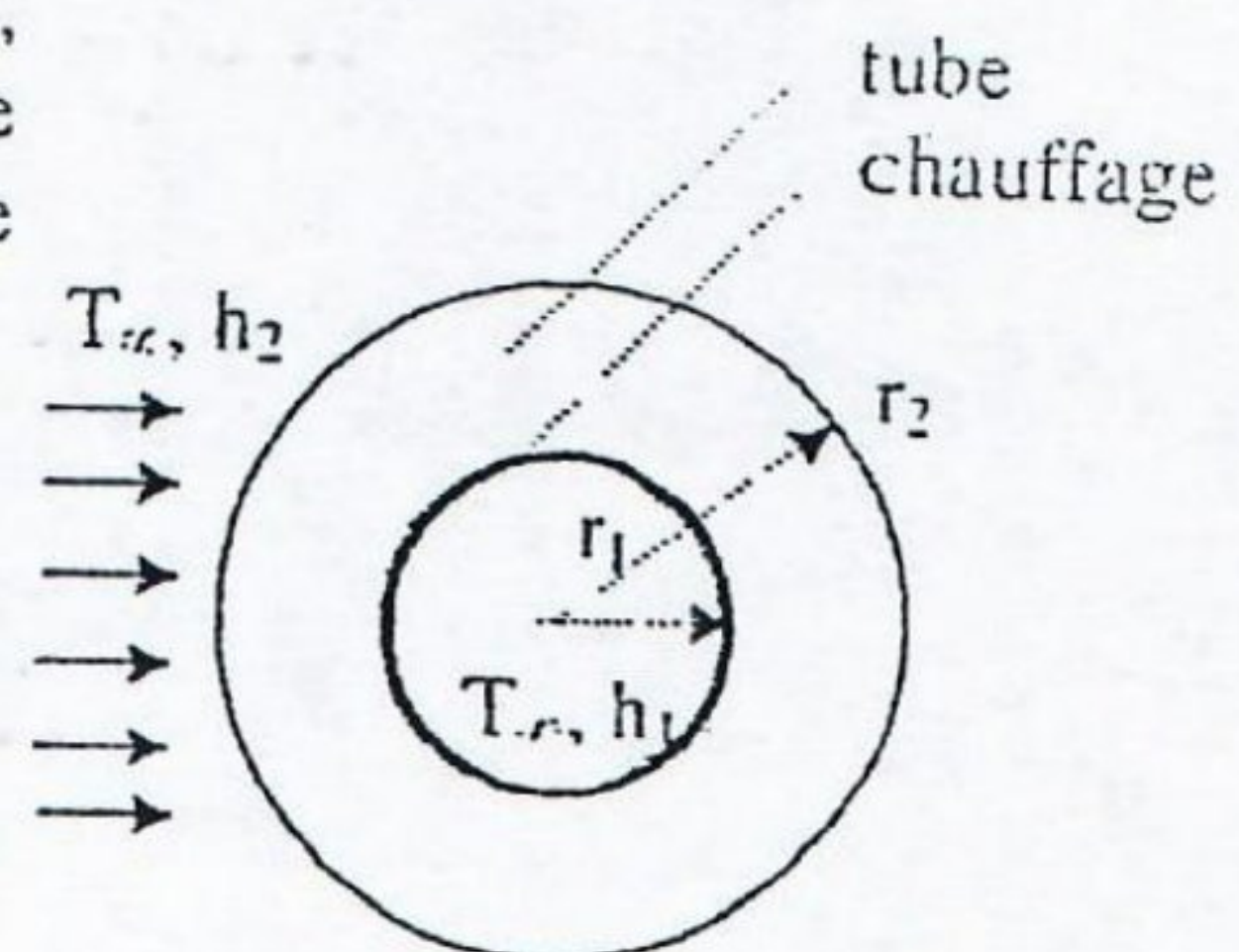


**Exercice 2**

Un chauffage électrique cylindrique de longueur  $L = 1\text{m}$  ( $L \gg r_2$ ), de faible épaisseur et de puissance  $Q = 1000\text{W}$ , est en contact parfait avec un tube de rayons interne et externe  $r_1 = 0,03$  et  $r_2 = 0,04\text{m}$ . La surface interne du chauffage échange par convection avec un fluide à la température  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$  et un coefficient  $h_1 = 50\text{W/m}^2\text{K}$  alors que la surface externe du tube échange de la chaleur avec le milieu extérieur à  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$  et un coefficient  $h_2 = 20\text{W/m}^2\text{K}$ . Le tube a une conductivité thermique  $\lambda = 45\text{W/mK}$ , une masse volumique  $\rho$  et une chaleur spécifique  $C_p$ .

1. En régime permanent et en utilisant l'analogie électrique, donner le circuit traduisant les échanges de chaleur à travers le système. Calculer toutes les résistances thermiques puis en déduire les températures  $T_1 = T(r_1)$  et  $T_2 = T(r_2)$ .

2. En un instant  $t = 0$ , le chauffage électrique est débranché, en supposant que la température du tube est pratiquement uniforme  $T = T(t)$ , donner l'expression de  $T(t)$  en fonction de  $T_1$  et des autres données du problème.



8

distad



## Exercice 1

$$2L = 0.04 \text{ m}, \quad \lambda = 5 \text{ m}, \quad T_\infty = 20^\circ \text{C}$$

$$1) \quad T(x) = a + bx + cx^2$$

$$a = 100^\circ \text{C}, \quad b = -200^\circ \text{C/m}$$

$$c = -2 \times 10^4^\circ \text{C/m}^2$$

a)

$$\frac{dT}{dx^2} = -\frac{p}{\lambda} \rightarrow p = -\lambda(2c) = -2c\lambda$$

$$p = -2(-2 \times 10^4)(5) = 2 \times 10^6 \text{ W/m}^2$$

$$q_1 = \lambda \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} = \lambda [b + 2cL] = \lambda [b + 2cL]$$

$$q_1 = 5 [200 - 2(-2 \times 10^4)(0.04)] = 30000 \text{ W/m}^2$$

$$q_2 = -\lambda \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} = -\lambda [b + 2cL]$$

$$q_2 = -(5) [200 + 2(-2 \times 10^4)(0.04)] = -30000 \text{ W/m}^2$$

Une plaque plane, on peut trouver par les f. en  $x = -L$  et  $x = +L$ , et régime permanent et donc  $(2L)p = q_1 + q_2$

On vérifie bien cette relation. On a  $p = 30000 \text{ W/m}^2$

2)  $p = 0$ , le régime devient transitoire

a) à cet instant  $T(x) = a + bx + cx^2$  donc l'éq. de la chaleur en régime transitoire donne cette variation

$$\left( \frac{dE_{st}}{dt} \right)_v = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \lambda(2c) = -p$$

$$\frac{dE_{st}}{dt} = 2 \times 10^6 \text{ W/m}^2$$

b) pour  $t \rightarrow \infty$ ,  $T(x) = T_\infty = 20^\circ \text{C}$ , donc l'énergie fournie

$$\begin{aligned} (E_e - E_i)(q) &= \rho C_p \int_{-L}^L (T(x) - T_\infty) dx = \rho C_p \int_{-L}^L (a + bx + cx^2 - T_\infty) dx \\ &= \rho C_p \left[ ax + \frac{1}{2} bx^2 + \frac{1}{3} cx^3 - T_\infty x \right]_{-L}^L = \rho C_p \left[ 2aL + \frac{2cL^3}{3} - 2T_\infty L \right] \\ &= 5.94 \times 10^6 \text{ J/m}^2 \end{aligned}$$

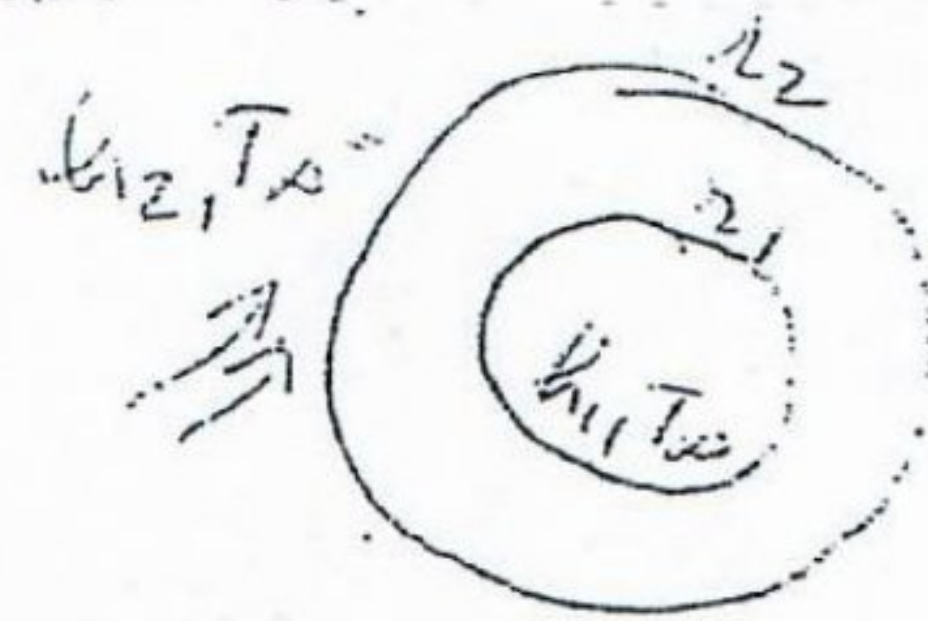
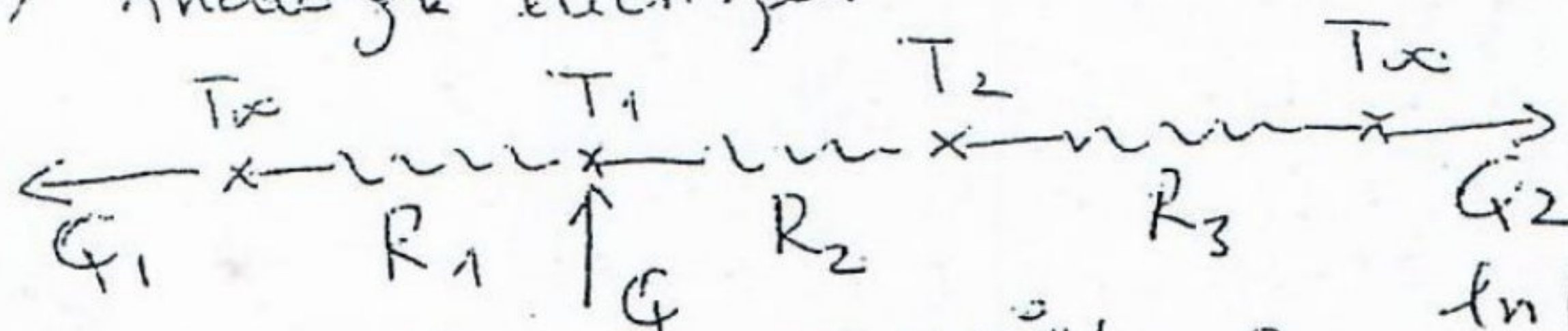


## Exercice 2

$$Q = 1000 \text{ W}; L = 1 \text{ m}; \lambda = 45 \text{ W/mK}; r_1 = 0.03 \text{ m}; r_2 = 0.04 \text{ m}$$

$$T_\infty = 20^\circ \text{C}; h_1 = 50 \text{ W/m}^2\text{K}; h_2 = 20 \text{ W/m}^2\text{K}$$

1) Analogie électrique



$$R_1 = \frac{1}{h_1(2\pi r_1 L)} = 0.1061 \text{ }^\circ\text{C/W}; R_2 = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L \lambda} = 0.0010 \text{ }^\circ\text{C/W}; R_3 = \frac{1}{h_2(2\pi r_2 L)} = 0.199$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = \frac{T_1 - T_\infty}{R_1} + \frac{T_1 - T_\infty}{R_2 + R_3} \Rightarrow R_1 Q = (T_1 - T_\infty) + \frac{R_1}{R_2 + R_3} (T_1 - T_\infty)$$

$$\Rightarrow T_1 = T_\infty + \frac{R_1 Q}{1 + \frac{R_1}{R_2 + R_3}} = T_\infty + \frac{Q}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3}}$$

A.N

$$T_1 = 20 + \frac{1000}{\frac{1}{0.1061} + \frac{1}{0.001 + 0.199}} = 89.39^\circ\text{C}$$

$$Q_2 = \frac{T_1 - T_2}{R_2} = \frac{T_1 - T_\infty}{R_2 + R_3} \rightarrow Q_2 = 346.77 \text{ W et } T_2 = T_1 - R_2 Q_2$$

$$T_2 = 89.0^\circ\text{C}$$

2)  $T_1 \approx T_2 \rightarrow T(t=0) = T_1$  et  $T(r, t) \approx T(t)$ 

Pulau sur le tube :

avec

$$\rho C_p \pi (r_2^2 - r_1^2) L \frac{dT}{dt} = -h_1 (2\pi r_1 L) (T(t) - T_\infty) - h_2 (2\pi r_2 L) (T(t) - T_\infty)$$

$$= -2\pi L (h_1 r_1 + h_2 r_2) (T(t) - T_\infty)$$

$$T(t=0) = T_1$$

$$\Theta = T(t) - T_\infty \text{ et } m = \frac{2\pi (h_1 r_1 + h_2 r_2)}{\rho C_p (r_2^2 - r_1^2)}, \text{ on a}$$

$$\frac{d\Theta}{dt} = -m\Theta$$

$$\Theta(t=0) = T_1 - T_\infty = \Theta_1 \rightarrow \Theta(t) = \Theta_1 e^{-mt}$$

ou

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_1 - T_\infty} = e^{-mt}$$

1) Résistance du tube :

$$Q = -\lambda (2\pi L \lambda) \frac{dT}{dr} \rightarrow T_1 - T_2 = \frac{Q}{2\pi L \lambda} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi L \lambda} \ln(r_2/r_1) \Rightarrow R = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L \lambda}$$

9



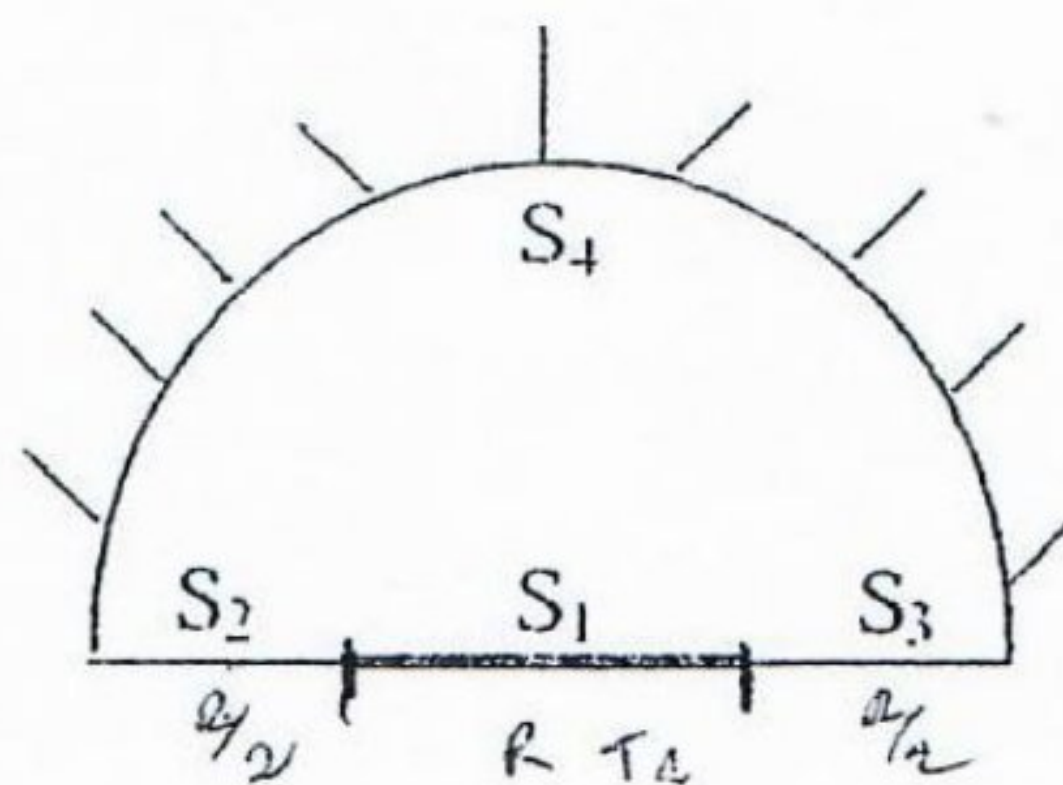
Département de Physique, Filière SMP (S5)  
Contrôle N° 2 - Transferts Thermiques (1h30)

N.B.: Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

**Exercice 1**

Un demi cylindre  $S_4$ , de rayon  $R=1\text{m}$ , de longueur  $L$  ( $L \gg R$ ) et d'émissivité  $\varepsilon_4=0,6$ , est parfaitement isolé de l'extérieur. Le long de son axe, une plaque chauffante  $S_1$ , d'émissivité  $\varepsilon_1=0,8$ , de largeur  $R$  est maintenue à la température  $T_1=1600\text{K}$ .  $S_1$  est utilisée pour chauffer deux plaques  $S_2$  et  $S_3$  de même largeur  $R/2$ , d'émissivités  $\varepsilon_2$  et  $\varepsilon_3$  et de températures  $T_2$  et  $T_3$  (voir figure). Toutes les surfaces sont grises et diffusantes et ont la même longueur  $L$ . Le régime est permanent et on ne considère que les transferts radiatifs. Les effets des bords sont négligeables. La constante de Stefan-Boltzmann est  $\sigma=5.67 \cdot 10^{-8} \text{W/m}^2 \text{K}^4$ .

1. Sachant que  $F_{14}=F_{24}=F_{34}=1$ , calculer les facteurs de forme  $F_{ji}$ ,  $j=1,2,3,4$ .
2. a)- En utilisant l'analogie électrique (représenter le circuit en précisant les nœuds et les résistances), déterminer l'équation (sans la résoudre) qui permet de calculer la radiosité  $J_4$  de  $S_4$ .  
b)- Pour  $\varepsilon_2=\varepsilon_3=\varepsilon_1=0,8$  et  $T_2=T_3=500\text{K}$ , calculer  $J_4$ . En déduire la température  $T_4$  de  $S_4$ .  
c)- Calculer les flux par unité de longueur qu'il faut fournir ou soustraire aux surfaces  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S_3$ . Quel est l'effet de  $\varepsilon_4$ .



**Exercice 2**

Un tube très mince, de diamètre interne  $D=0.05 \text{ m}$  et de longueur  $L=1 \text{ m}$ , est maintenu à une température  $T_p$  supposée uniforme. Un débit d'air  $\dot{m}=0.001 \text{ kg/s}$  entre dans le tube à une température  $T_m(x=0)=20^\circ\text{C}$  et en ressort à  $T_m(x=L)=50^\circ\text{C}$ .

- 1- Quelle est la densité moyenne de flux de chaleur fournie par le tube à l'air?
- 2- Calculer les longueurs d'établissement hydrodynamique et thermique
- 3- Quel est le coefficient moyen de convection entre le tube et le fluide?
- 4- Calculer la température du tube  $T_p$ .

Propriétés de l'air (unités SI)  $C_p=1007$ ,  $\mu=188 \cdot 10^{-7}$ ,  $\lambda=0.0269$ ,  $Pr=0.71$

Régime laminaire, zones établies :  $Nu_{m,D} = 3.66$ .

$$Re = 1355,5$$

Régime laminaire, zones d'entrée :  $Nu_{m,D} = 1.86 \left( \frac{Re_D Pr}{L/D} \right)^{1/3} \left( \frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0.14}$ ,  $\mu_p=210 \cdot 10^{-7}$

Régime turbulent :  $Nu_{m,D} = 0.027 Re_D^{4/5} Pr^{1/3} \left( \frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0.14}$ ,  $\mu_p=210 \cdot 10^{-7}$

10



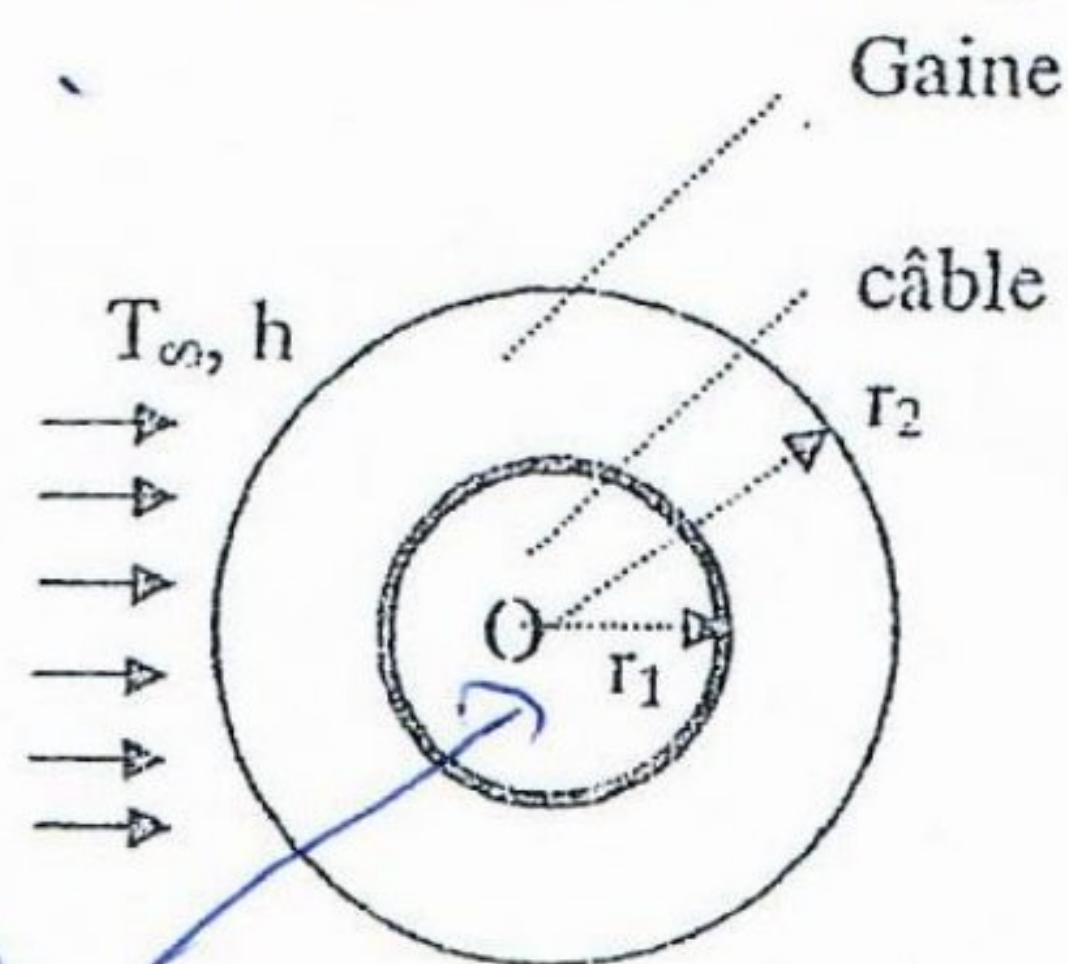
Département de Physique, Filière SMP (S6)  
Contrôle N° 1 - Transferts Thermiques (1h30)

**Exercice 1**

N.B.: - Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

Un câble, de longueur  $L=1\text{m}$  et de rayon  $r_1=0,02\text{m}$ , au sein duquel il y a une génération interne de chaleur uniforme ( $p=10^5\text{W/m}^3$ ), est protégé par une gaine de rayons interne et externe  $r_1$  et  $r_2=0,03\text{m}$ . La surface externe de la gaine échange de la chaleur avec le milieu ambiant à la température  $T_\infty=20^\circ\text{C}$ , avec un coefficient  $h=20\text{W/m}^2\text{K}$ . La conductivité thermique du câble est  $\lambda_1=15\text{W/mK}$  et celle de la gaine  $\lambda_2=0,8\text{W/mK}$ . La conduction est monodimensionnelle et en régime permanent (voir figure).

1. En utilisant l'analogie électrique, calculer les températures  $T_1=T(r=r_1)$  et  $T_2=T(r=r_2)$ .
2. En résolvant l'équation de la chaleur dans le câble, déterminer la distribution de température  $T(r)$ . Calculer la température maximale dans le câble.

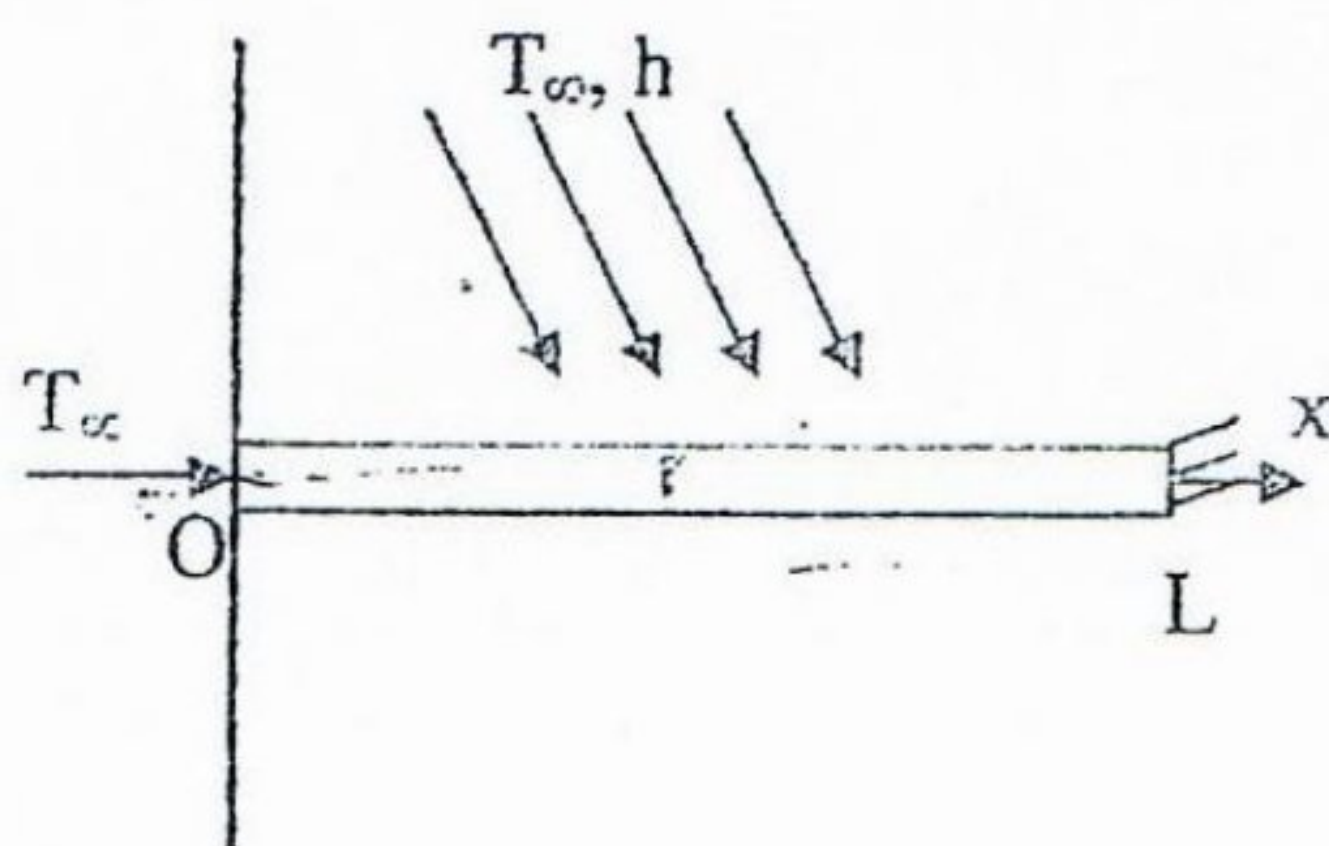


**Exercice 2**

On considère une barre de section carrée de côté  $D$ , de conductivité  $\lambda$  et de longueur  $L$ , au sein de laquelle il y a une génération interne de chaleur uniforme  $p(\text{W/m}^3)$ . La base ( $x=0$ ) est maintenue à la température  $T_\infty$  alors que le bout ( $x=L$ ) est adiabatique. La barre échange avec un fluide à  $T_\infty$  avec un coefficient d'échange constant  $h$  (voir figure).

Le régime est permanent et le problème est considéré unidirectionnel ( $T=T(x)$ ).

1. A partir du bilan thermique sur un élément de volume, déterminer l'expression de la température en une section donnée  $T(x)$ . En déduire la température en  $x=L$ .
2. Calculer le flux  $Q_0$  sortant de la barre en  $x=0$  et celui fourni au fluide  $Q_f$ . Donner la relation entre  $Q_0$ ,  $Q_f$  et la puissance générée  $P$  au sein de la barre.



11



### Exercice 1

N.B.: - Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

L'absorptivité  $\alpha_\lambda$  et la réflectivité  $\rho_\lambda$  monochromatiques d'un corps diffusant sont :

$$\lambda \leq \lambda_1 = 1,38 \mu\text{m} \rightarrow \alpha_{\lambda,1} = 0,2 \text{ et } \lambda > \lambda_1 \rightarrow \alpha_{\lambda,2} = 1$$

$$\lambda \leq \lambda_1 = 1,38 \mu\text{m} \rightarrow \rho_{\lambda,1} = 0,1 \text{ et } \lambda > \lambda_1 \rightarrow \rho_{\lambda,2} = 0$$

1. Le corps est exposé à un rayonnement d'éclairement  $E=750 \text{ W/m}^2$  ayant une distribution spectrale proportionnelle à celle d'un corps noir à la température  $T_0=5800 \text{ K}$  ( $E_\lambda = C \cdot M_\lambda(T_0=5800 \text{ K})$ , C constante). Calculer la transmissivité, l'absorptivité et la réflectivité totales hémisphériques du corps (voir le tableau des fractions  $f_{0-\lambda}$  de l'émittance d'un corps noir).
2. Si la température du corps est  $T=350 \text{ K}$ , calculer l'émissivité totale hémisphérique.
3. Donner le flux radiatif surfacique net reçu par le corps en ne tenant compte que de E.

La constante de Stefan-Boltzmann,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ .

$\lambda T$ $\mu\text{m.K}$	$f_{0-\lambda}$	$\lambda T$ $\mu\text{m.K}$	$f_{0-\lambda}$	$\lambda T$ $\mu\text{m.K}$	$f_{0-\lambda}$
300	0	2000	0.067	8000	0.856
500	0	5000	0.638	8500	0.875
1000	0	6000	0.738	9000	0.890

### Exercice 2

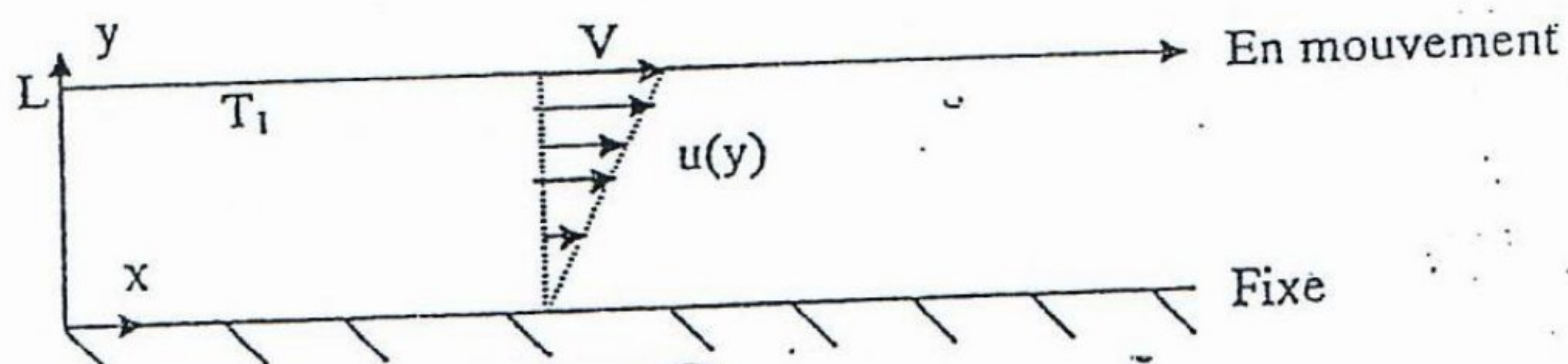
On considère l'écoulement de Couette avec la plaque ( $y=L$ ), animée d'une vitesse uniforme  $V=\text{cte}$ , maintenue à la température  $T(y=L)=T_1$  alors que celle qui est fixe ( $y=0$ ), elle est adiabatique (voir figure). Le fluide est incompressible de densité  $\rho$ , de viscosité  $\mu$ , de conductivité  $\lambda$  et de chaleur spécifique  $c_p$ . L'écoulement est en régime permanent, les propriétés sont constantes et les forces de volume sont négligeables.

1. Pour un écoulement développé, la distribution de vitesse entre les deux plaques est  $u(y)=(V/L)y$ .

Montrer que l'équation de l'énergie  $\rho c_p \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu \Phi$ , avec

$$\Phi = 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2, \text{ se réduit pour } T(x,y)=T(y) \text{ à } \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = -\mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2.$$

2. Déterminer la distribution de température entre les plaques. En déduire la température maximale.
3. En utilisant la loi de Fourier, calculer le flux surfacique reçu par la plaque en mouvement. D'où provient ce flux ? justifier votre réponse par calcul.



12



$$\leq 1 \quad \alpha(\lambda \leq \lambda_1) = \alpha_{\lambda 1} = 0,2 \quad \alpha(\lambda > \lambda_1) = \alpha_{\lambda 2} = 1$$

$$\lambda_1 = 1,38 \mu\text{m} : \rho(\lambda \leq \lambda_1) = \rho_{\lambda 1} = 0,1 \quad \rho(\lambda > \lambda_1) = \rho_{\lambda 2} = 0$$

$$1) \quad \tau_\lambda = 1 - \alpha_\lambda - \rho_\lambda \rightarrow \tau_\lambda(\lambda \leq \lambda_1) = 1 - 0,2 - 0,1 = 0,7 = \tau_{\lambda 1} \quad \tau_\lambda(\lambda > \lambda_1) = 1 - 1 - 0 = 0 = \tau_{\lambda 2}$$

$$\tau = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda E_\lambda d\lambda}{E} = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda M_\lambda^0(T_0) d\lambda}{M^0(T_0)} = \tau_{\lambda 1} f_{0-\lambda_1 T_0} = (0,7)(0,856) = 0,599 \quad \tau E$$

$$\lambda_1 T_0 = 1,38 \times 5800 = 8004 \mu\text{mK} \rightarrow f_{0-\lambda_1 T_0} = 0,856$$

$$\alpha = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda E_\lambda d\lambda}{E} = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda M_\lambda^0(T_0) d\lambda}{M^0} = \alpha_{\lambda 1} f_{0-\lambda_1 T_0} + (1 - f_{0-\lambda_1 T_0}) \alpha_{\lambda 2} = (0,2)(0,856) + (1 - 0,856)(1) = 0,315$$

$$\rho = \frac{\int_0^\infty \rho_\lambda E_\lambda d\lambda}{E} = \frac{\int_0^\infty \rho_\lambda M_\lambda^0(T_0) d\lambda}{M^0} = \rho_{\lambda 1} f_{0-\lambda_1 T_0} = 0,0856$$

$$2) \quad \varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda M_\lambda^0(T) d\lambda}{M^0(T)} = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda M_\lambda^0(T) d\lambda}{M^0(T)} = \alpha_{\lambda 1} f_{0-\lambda_1 T} + (1 - f_{0-\lambda_1 T}) \alpha_{\lambda 2}$$

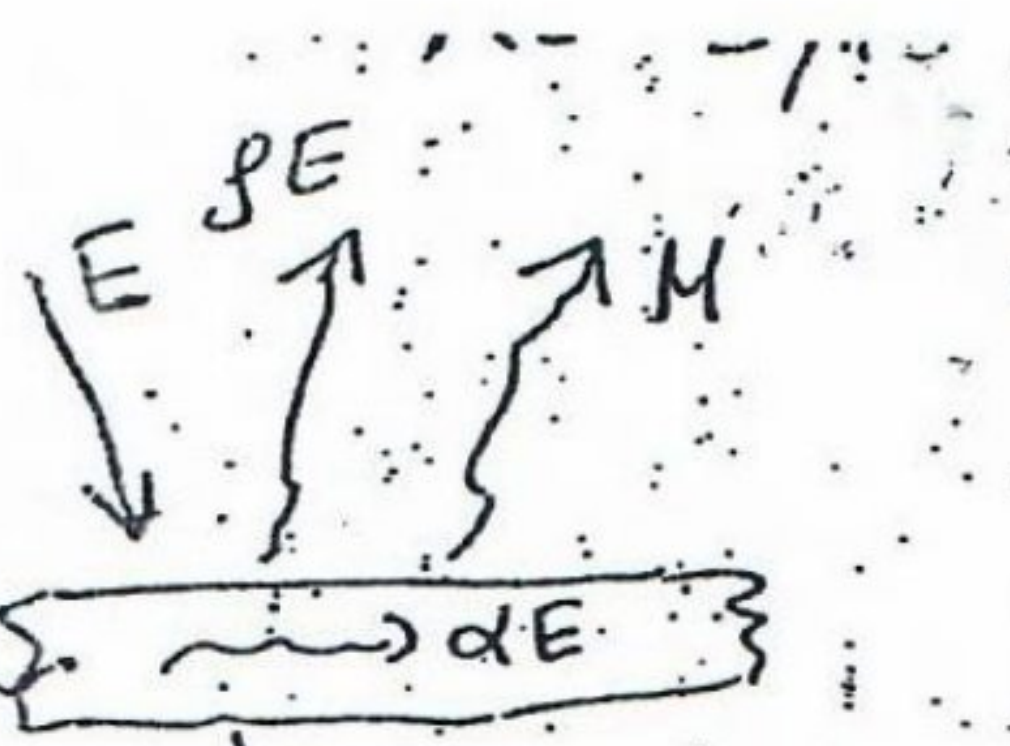
$$\lambda_1 T = 483 \mu\text{mK} \rightarrow f_{0-\lambda_1 T} = 0 \rightarrow \varepsilon = \alpha_{\lambda 2} = 1$$

$$3) \quad \text{le flux net reçu par le corps est :}$$

$$\varphi = \alpha E - M = E - (\rho E + \tau E) - M = \alpha E - \varepsilon \sigma T^4$$

$$\varphi = 0,315 \times 750 - 5,67 \times 10^{-8} (350)^4 = -615 \text{ W/m}^2$$

Donc le corps absorbe moins que ce qu'il perd par émission.





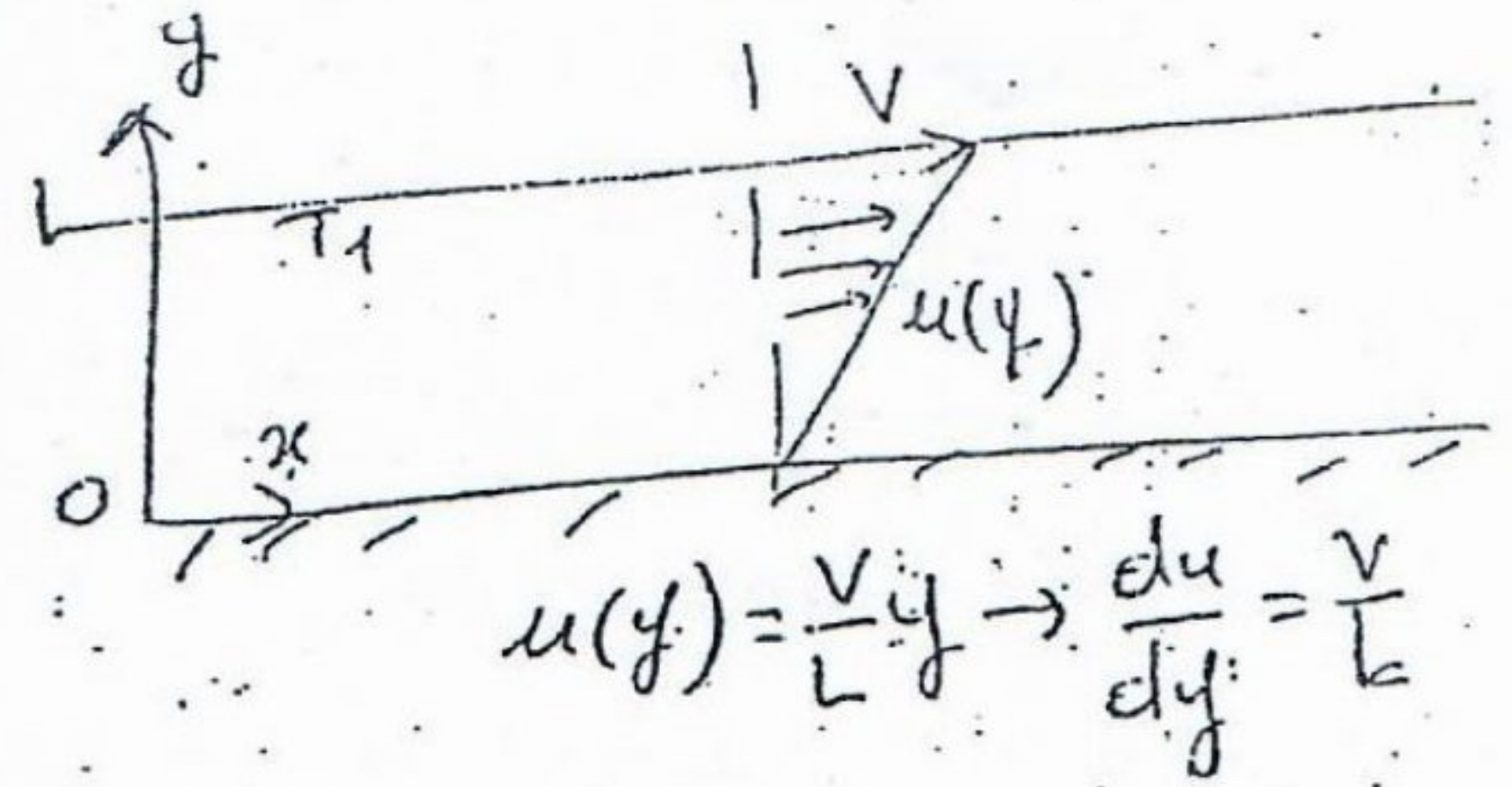
EX2

1) Ecoulement développé:  $v=0$ ,  $\frac{\partial u}{\partial x}=0$ .

profil de température développé:

 $T(x,y) = T(y)$ ; d'où  $\Phi = \left(\frac{du}{dy}\right)^2$  et on a l'équation de l'énergie se réduit à:

$$\lambda \frac{d^2 T}{dy^2} = -\mu \left(\frac{du}{dy}\right)^2$$



$$2) \quad \frac{dT}{dy} = -\frac{\mu}{\lambda} \left(\frac{du}{dy}\right)^2 y + C_1 = -\frac{\mu}{\lambda} \left(\frac{V}{L}\right)^2 y + C_1; \quad \left.\frac{dT}{dy}\right|_{y=0} = 0 \rightarrow C_1 = 0$$

$$T(y) = -\frac{1}{2} \frac{\mu}{\lambda} \left(\frac{V}{L}\right)^2 y^2 + C_2; \quad T(y=L) = T_1 \rightarrow C_2 = \frac{1}{2} \frac{\mu}{\lambda} \left(\frac{V}{L}\right)^2 L^2 + T_1$$

Donc

$$T(y) = \frac{1}{2} \frac{\mu V^2}{\lambda} \left[1 - \left(\frac{y}{L}\right)^2\right] + T_1$$

la température maximale est en  $y=0$ , d'où:

$$T_{\max} = T(y=0) = T_1 + \frac{1}{2} \frac{\mu V^2}{\lambda}$$

$$3) \quad q = -\lambda \left.\frac{dT}{dy}\right|_{y=L} = -\lambda \left[-\frac{\mu}{\lambda} \left(\frac{V}{L}\right)^2 L\right] = \mu \frac{V^2}{L} \quad (\text{W/m}^2)$$

\* c'est la dissipation visqueuse qui produit cette chaleur (à flux).

$$+ \quad q = \int_0^L \Phi dy = \int_0^L \mu \left(\frac{du}{dy}\right)^2 dy = \int_0^L \mu \left(\frac{V}{L}\right)^2 dy = \mu \frac{V^2}{L}$$



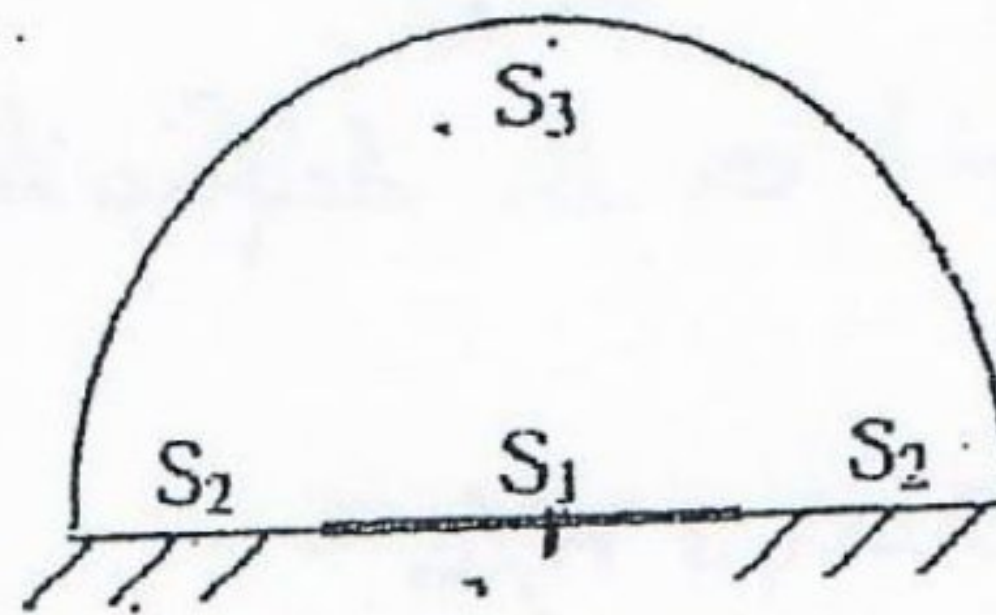
### Exercice 1

N.B.: Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

Un hémisphère  $S_3$  d'émissivité  $\epsilon_3=0,9$  et de rayon  $R=0,2\text{m}$  est maintenu à la température  $T_3=400\text{K}$ . Au centre de l'hémisphère est placé un disque chauffant  $S_1$ , noir ( $\epsilon_1=1$ ) et de rayon  $R/2$ , maintenu à la température  $T_1=1000\text{K}$ . Un isolant parfait, de rayons intérieur  $R/2$  et extérieur  $R$ , est placé entre le disque et l'hémisphère. Cet anneau  $S_2$  est d'émissivité  $\epsilon_2=0,5$  et de température  $T_2$  (voir figure).  $S_2$  et  $S_3$  sont des surfaces grises et diffusantes.

La constante de Stefan-Boltzmann est  $\sigma=5.67 \cdot 10^{-8} \text{W/m}^2 \text{K}^4$ . On néglige la convection.

1. Sachant que  $F_{13}=F_{31}=1$ , calculer les facteurs de forme  $F_{3j}$ ,  $j=1,2,3$ .
2. En utilisant l'analogie électrique (représenter le circuit), calculer le flux  $\Phi_1$  à fournir au disque  $S_1$  pour le maintenir à  $T_1$ . En déduire les radiosités  $J_1$  et  $J_3$ .
3. Déterminer la température  $T_2$  de  $S_2$ . Quel est l'effet de  $\epsilon_2$  sur  $T_2$ .



### Exercice 2

Dans une application, l'air à la température  $T_\infty$  ayant une vitesse  $U_\infty$  est en écoulement sur une plaque plane isotherme à  $T_p$ . La distribution de température  $T(x,y)$  dans la couche limite thermique est approximée par :

$$T(x,y) = a + b \exp(-Pr U_\infty y / \nu)$$

L'axe  $y$  est perpendiculaire à la plaque et le fluide est de conductivité thermique  $\lambda$  et de viscosité cinématique  $\nu$ .  $Pr$  est le nombre de Prandtl.

1. Montrer que  $a=T_\infty$  et  $b=(T_p - T_\infty)$ . En déduire l'expression de la température adimensionnelle  $(T(x,y) - T_p) / (T_\infty - T_p)$ .
2. Déterminer l'expression du coefficient de convection local  $h(x)$ . En déduire celle du nombre de Nusselt local  $Nu_x$  en fonction des nombres de Reynolds et de Prandtl. Donner le nombre de Nusselt moyen sur une longueur  $L$  à partir de l'origine.
3. Pour  $T_\infty=400^\circ\text{C}$ ,  $T_p=300^\circ\text{C}$ ,  $U_\infty/\nu=5000\text{m}^{-1}$ ,  $Pr=0,7$ ,  $\lambda=0,03\text{W/m}^\circ\text{C}$ , calculer le flux surfacique reçu par la plaque.

14



# Exercice 1

$$S_1 = \frac{1}{4} \pi R^2 = 0,031 \text{ m}^2$$

$$\epsilon_1 = 1$$

$$T_1 = 1000 \text{ K}$$

$$S_2 = \frac{3}{4} \pi R^2 = 0,094$$

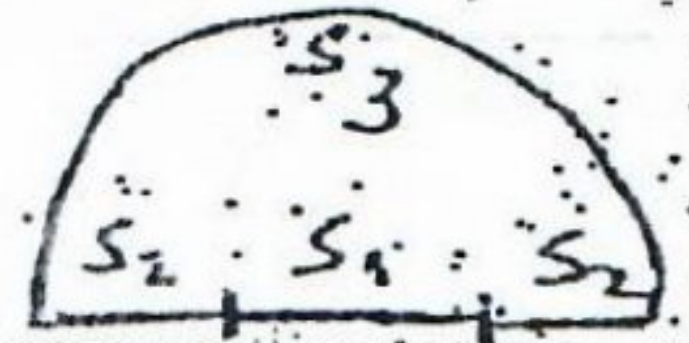
$$\epsilon_2 = 0,5$$

$$T_2 = ?$$

$$S_3 = 9 \pi R^2 = 0,251 \text{ m}^2$$

$$\epsilon_3 = 0,9$$

$$T_3 = 400 \text{ K}$$



1)

$$S_1 F_{13} = S_3 F_{31} \rightarrow F_{31} = \frac{S_1}{S_3} = \frac{1}{9}$$

$$S_2 F_{23} = S_3 F_{32} \rightarrow F_{32} = \frac{S_2}{S_3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

2)

$$F_{33} + F_{32} + F_{31} = 1 \rightarrow F_{33} = 1 - \frac{1}{9} - \frac{1}{3} = \frac{5}{9}$$

$$\phi_1 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_3^4)}{\frac{1}{S_1 F_{13}} + \frac{1 - \epsilon_3}{S_3 \epsilon_3}}$$

A.N.  $\phi_1 = 1712 \text{ W}$

D'après le circuit:

$$J_1 = H_1^0 = \sigma T_1^4 = 56700 \text{ W/m}^2$$

$$J_1 - J_3 = \frac{1}{S_1 F_{13}} \phi_1 \rightarrow J_3 = J_1 - \frac{\phi_1}{S_1 F_{13}} = 2205,3 \text{ W/m}^2$$

3) On peut utiliser le circuit ou la définition de la radiosité:

- Circuit:

$$H_2^0 = \sigma T_2^4 = J_2 = J_3 = 2205,3 \text{ W/m}^2$$

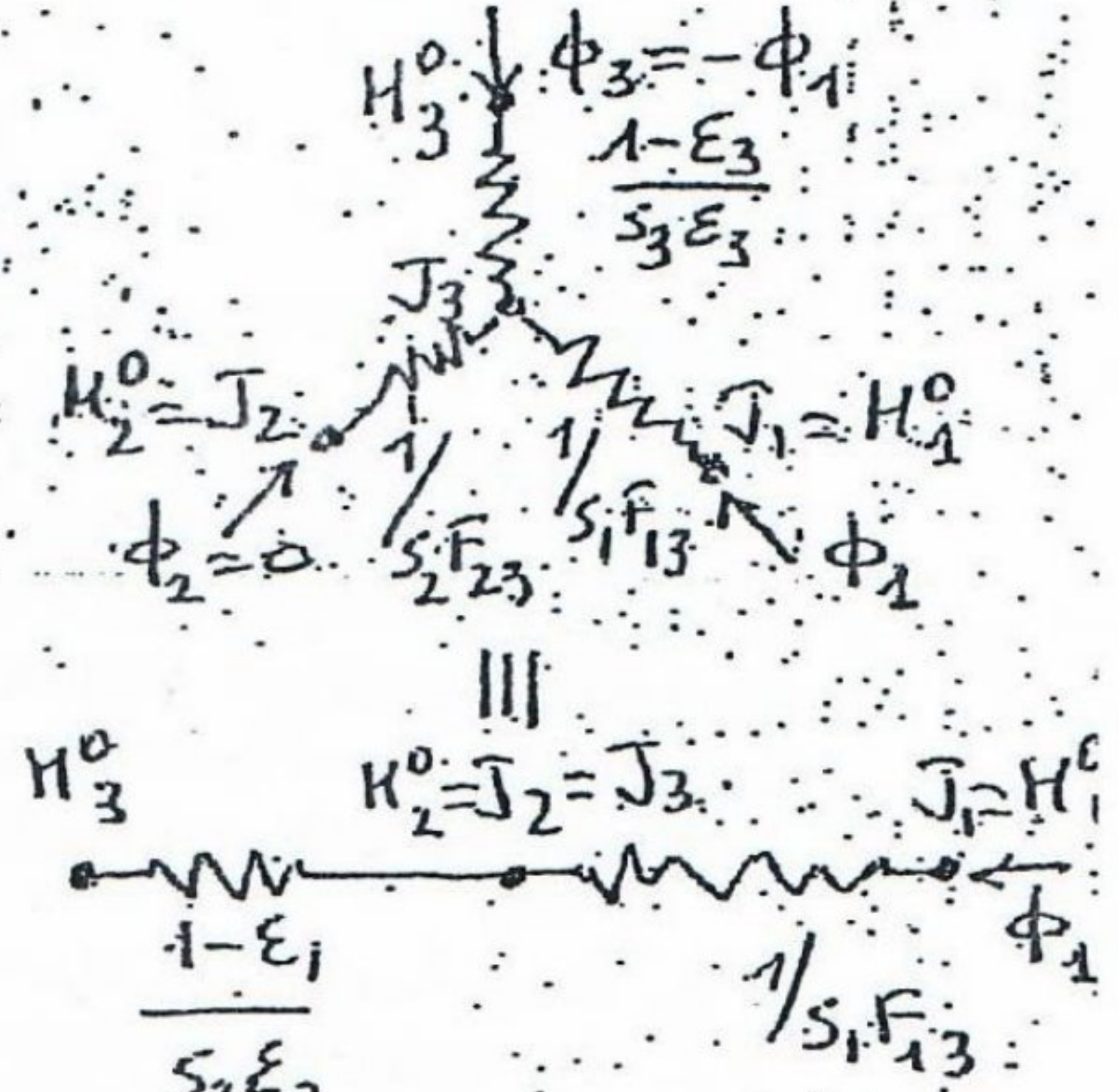
$$T_2 = \left( \frac{J_3}{\sigma} \right)^{1/4} = 444 \text{ K} ; \epsilon_2 \text{ n'a pas d'effet,}$$

- Définition:

$$J_2 = \epsilon_2 H_2^0 + \epsilon_2 = \epsilon_2 \sigma T_2^4 + (1 - \epsilon_2) \sum_{j=1}^3 F_{2j} J_j = \epsilon_2 \sigma T_2^4 + (1 - \epsilon_2) F_{23} J_3$$

or  $J_2 = \sigma T_2^4 \rightarrow (1 - \epsilon_2) \sigma T_2^4 = (1 - \epsilon_2) J_3 \rightarrow \sigma T_2^4 = J_3$

$$T_2 = \left( \frac{J_3}{\sigma} \right)^{1/4} = 444 \text{ K} ; \epsilon_2 \text{ n'a pas d'effet.}$$

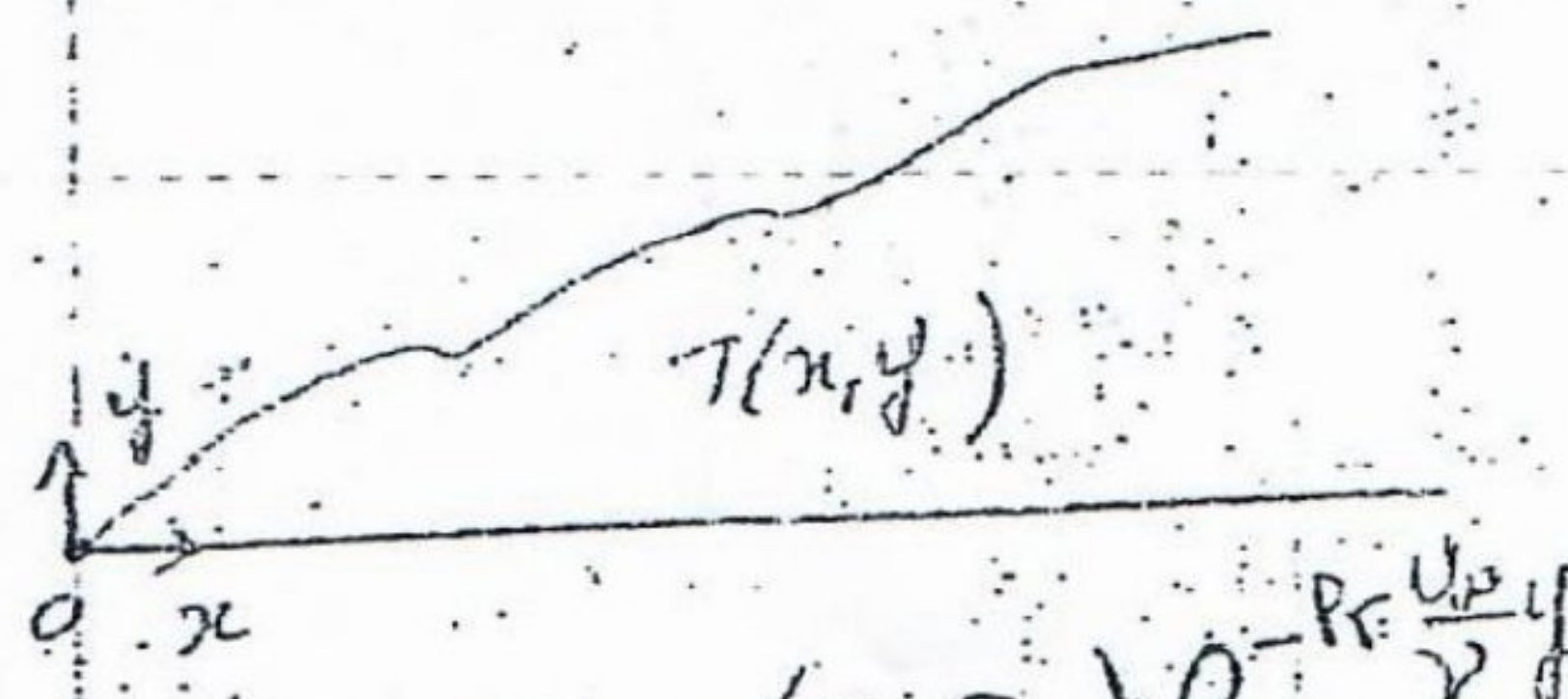




## Exercice 2

$$T(x, y) = a + b e^{-Pr \frac{U_{\infty}}{\nu} y}$$

$$\begin{matrix} T_{\infty}, U_{\infty} \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{matrix}$$



1)  $T(x, y \rightarrow \infty) = a = T_{\infty}$   
 $T(x, y=0) = a + b = T_p \rightarrow b = T_p - T_{\infty} \rightarrow T(x, y) = T_{\infty} + (T_p - T_{\infty}) e^{-Pr \frac{U_{\infty}}{\nu} y}$   
 $\frac{T(x, y) - T_p}{T_{\infty} - T_p} = \frac{1}{T_{\infty} - T_p} (T_{\infty} + (T_p - T_{\infty}) e^{-Pr \frac{U_{\infty}}{\nu} y} - T_p) = 1 - e^{-Pr \frac{U_{\infty}}{\nu} y}$

2)  $q(x) = h(x)(T_p - T_{\infty}) = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = -\lambda \left( -Pr \frac{U_{\infty}}{\nu} \right) (T_p - T_{\infty})$

Donc  $h(x) = \lambda Pr \frac{U_{\infty}}{\nu}$

$$Nu_x = \frac{h(x) x}{\lambda} = Pr \frac{U_{\infty}}{\nu} x = Re_x Pr$$

$$h(x) = cte \rightarrow h_{m,L} = h(x) = \lambda Pr \frac{U_{\infty}}{\nu} = \frac{1}{L} \int_0^L h(x) dx$$

Donc  $Nu_{m,L} = \frac{h_{m,L} L}{\lambda} = Pr \frac{U_{\infty} L}{\nu} = Re_L Pr$

3) de flux surfacique:

$$q(x) = h(x)(T_{\infty} - T_p) = \lambda Pr \frac{U_{\infty}}{\nu} (T_{\infty} - T_p) = cte = q$$

A.N  $q(x) = q = (0.83)(0.7)(5000)(400 - 300) = 105 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$   
 $q = 10.5 \text{ kW/m}^2$

15

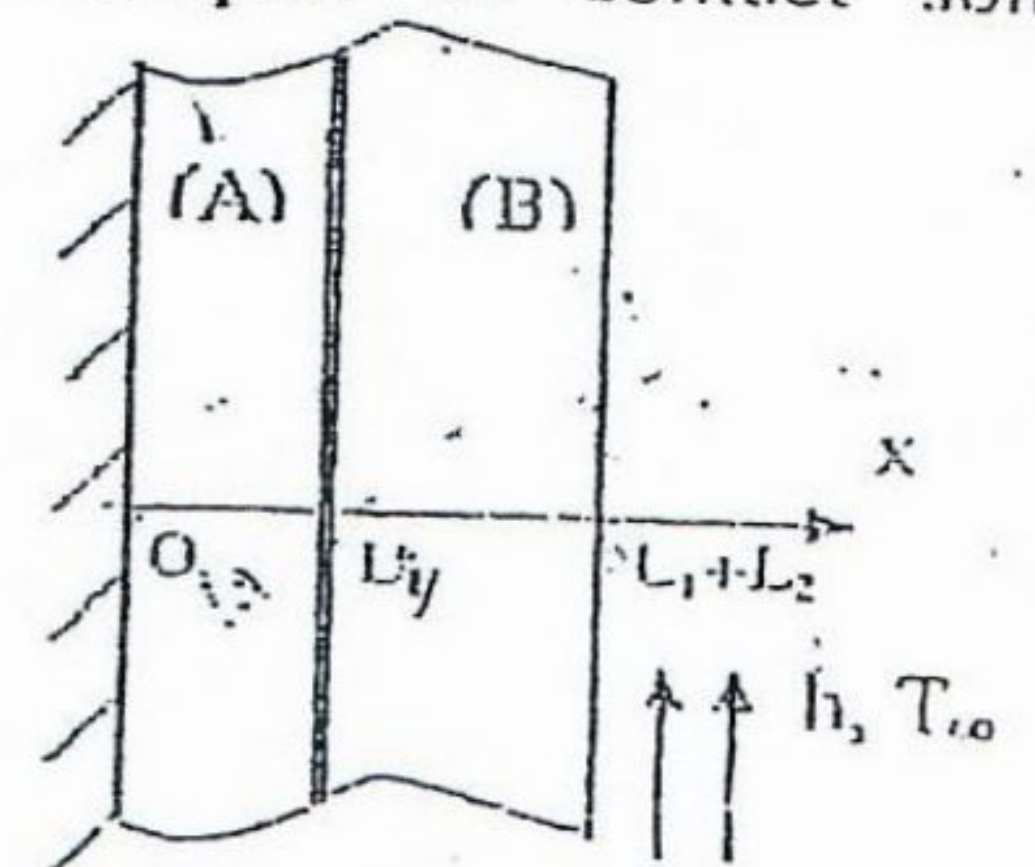


Département de Physique, Filière SMP (S5)  
Rattrapage - Transferts Thermiques (1h30)

N.B.: - Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

Exercice 1

Un chauffage électrique très mince, de puissance surfacique  $q_0$ , est inséré entre une paroi (A), d'épaisseur  $L_1=0,02\text{m}$  et de conductivité  $\lambda_1=15\text{W/mK}$ , et une paroi (B), d'épaisseur  $L_2=0,04\text{m}$  et de conductivité  $\lambda_2=1\text{W/mK}$ . La face  $x=0$  est parfaitement isolée alors que la face  $x=L_1+L_2$  échange par convection avec un fluide à  $T_\infty=20^\circ\text{C}$  avec un coefficient  $h=10\text{W/m}^2\text{K}$  (voir figure). La paroi (A) a pour masse volumique  $\rho_1=8000\text{kg/m}^3$  et pour chaleur spécifique  $c_{p1}=400\text{J/kgK}$ . La conduction est monodimensionnelle et toutes les résistances thermiques de contact sont négligeables.



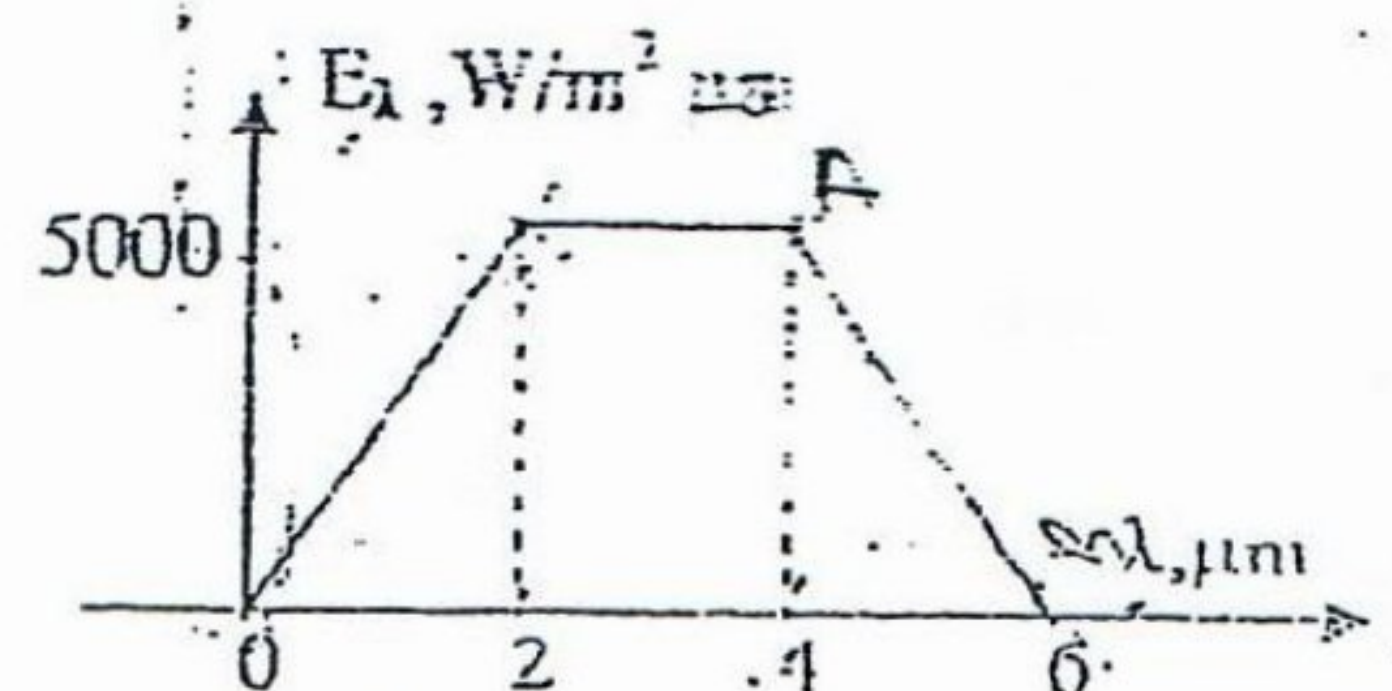
1. En régime permanent :
  - a) Représenter le circuit électrique analogique entre les températures  $T_1=T(x=L_1)$  et  $T_\infty$ .
  - b) Quelle est la puissance  $q_0$  nécessaire pour maintenir la température de la face  $x=L_1+L_2$  à  $T_2=30^\circ\text{C}$ . En déduire la température  $T_1$ . Tracer la variation de  $T(x)$  pour  $0 \leq x < \infty$ .
2. En un instant  $t=0$ , le chauffage électrique est éteint :
  - a) Calculer le coefficient d'échange surfacique total  $U$  entre la face  $x=L_1$  et le milieu extérieur. Montrer que la paroi (A) reste approximativement isotherme.
  - b) Donner l'expression de la température de la paroi (A) en fonction du temps.

Exercice 2

Une surface opaque diffuse, à la température  $T=1000\text{K}$ , a une absorptivité hémisphérique monochromatique :  $\alpha_\lambda = 0$  si  $\lambda \leq \lambda_1 = 2\mu\text{m}$  et  $\alpha_{\lambda,1} = 0,6$  si  $\lambda > \lambda_1$ . La distribution spectrale du flux incident sur la surface est donnée sur la figure. La constante de Stefan-Boltzmann,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{W/m}^2\text{K}^4$ .

1. Calculer l'absorptivité et l'émissivité totales hémisphériques de la surface (voir le tableau des fractions  $f_{0-\lambda}$  de l'émittance d'un corps noir). En déduire la radiosité totale de la surface.
2. Donner le flux radiatif surfacique net perdu par la surface.

$\lambda T$ $\mu\text{m.K}$	$f_{0-\lambda}$
2000	0.0667
3000	0.273
4000	0.481
5000	0.639
6000	0.738



16



# Transferts Thermiques Rattrapage (1430)

10 05/

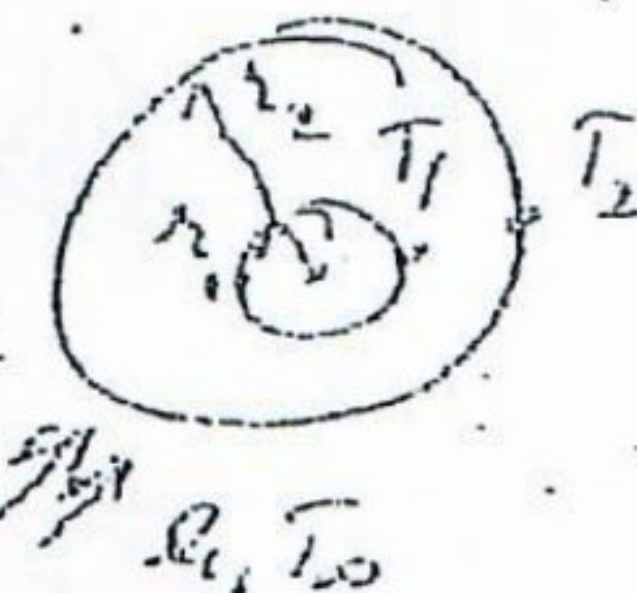
## Exercice 1

- $h = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$
- $\lambda_1 = 0,02 \text{ m}$
- $\lambda_2 = 0,04 \text{ m}$

$$T_\infty = 5^\circ\text{C}$$

$$\lambda_1 = 15 \text{ W/mK} \quad \rho_1 = 8000 \text{ kg/m}^3 \quad c_{p,1} = 400 \text{ J/kgK}$$

$$\lambda_2 = 0,8 \text{ W/mK}$$



## 1) Régime permanent:

a)

$$Q_0 = 0 \quad \begin{matrix} T_1 & T_2 & T_\infty \\ \leftarrow & & \rightarrow \end{matrix} \quad \begin{matrix} \frac{\ln r_2/r_1}{2\pi L \lambda_1} & \frac{1}{2\pi L h r_2} \end{matrix} \quad Q_0$$

Régime permanent

$$\frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{dT}{dx} \Big|_{x=L} = 0 \rightarrow T(x) = T_1 \quad \forall r$$

$$R_{base} = \frac{\ln(r_1/r_2 \rightarrow 0)}{2\pi L \lambda_1} \rightarrow \infty \rightarrow Q_0 = \frac{T(r_1) - T_1}{R_{base}} = 0 \rightarrow T$$

$$b) \quad Q = Q_0 = 2\pi \lambda_2 L (T_2 - T_\infty)$$

$$Q = 25,1 \text{ W}$$

$$c) \quad Q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{\ln r_2/r_1}{2\pi L \lambda_1}}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{2\pi L \lambda_2 (T_1 - T_2)}{\ln r_2/r_1} \Rightarrow T_1 = T_2 + \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L \lambda_2} Q$$

A.N

$$T_1 = 18,5^\circ\text{C}$$

$$\Rightarrow \Theta = \frac{(UA)}{2\pi \lambda_1 L} = \frac{Q}{2\pi \lambda_1 L (T_1 - T_2)} = 14$$

2)

a)

$$(UA) = \frac{1}{R_{tot}} = \frac{\ln r_2/r_1}{2\pi L \lambda_1} + \frac{1}{2\pi \lambda_2 L h}$$

$$Bi = \frac{U \lambda_1}{\lambda} \approx 0,02 < 0,1 \Rightarrow \text{base isotherme}$$

b) Bilan:

$$\rho_1 c_{p,1} (\pi r_1^2 L) \frac{dT}{dt} = U (2\pi \lambda_1 L) (T_\infty - T)$$

$$\Theta = \frac{T - T_\infty}{U (2\pi \lambda_1 L)} = \frac{2U}{\rho_1 c_{p,1} (\pi r_1^2 L)} \Rightarrow \frac{d\Theta}{dt} = -\Theta$$

$$\Theta(t=0) = T_1 - T_\infty = T_1 - T_\infty = 18,5 - 5 = 13,5^\circ\text{C}$$

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_1 - T_\infty} = e^{-\frac{2U}{\rho_1 c_{p,1} (\pi r_1^2 L)} t} = \exp\left(-\frac{2U}{\rho_1 c_{p,1} (\pi r_1^2 L)} t\right)$$

la durée

la durée

$$t_1 = -\frac{\rho_1 c_{p,1} \lambda_1}{2U} \ln \frac{T_1 - T_\infty}{T_2 - T_\infty}$$

A.N

$$t_1 = \frac{(8000)(400)(0,02)}{2(14,8)} \ln \frac{18,5 - 5}{18,5 - 5} = 2147,3 \approx 35,8 \text{ min}$$

17



Exercice 2. Au choix.

1)  $Re_D = \frac{\rho u_m D}{\mu} = \frac{\rho u_m D}{\mu} = \frac{4 \dot{m}}{\pi \mu D}$   $T_m(0)$   $\downarrow \dot{q}_p = cl$

$\dot{m} = \rho u_m \frac{\pi D^2}{4}$   $\Rightarrow Re_D = 635 \rightarrow$  Régime laminaire

$(x_{2,c})_{lam} \approx 0,05 D Re_D = 0,4 m$   $\Rightarrow$  zone cinématique étab

$(x_{2,t})_{lam} \approx 0,05 D Re_D Pr = 4 m < L$   $\Rightarrow$  zone thermique établie

2)  $\dot{q}_p = \dot{m} c_p (T_m(L) - T_m(0)) = \left( \rho u_m \frac{\pi D^2}{4} \right) c_p (T_m(L) - T_m(0)) \Rightarrow \dot{q}_p = \frac{\dot{m} c}{\pi D}$

A.N  $\dot{q}_p = 6350 \text{ W/m}^2$

3)  $x = L$ , l'écoulement est laminaire établi  $\Rightarrow Nu_D = 4,36$   
donc le coefficient de convection local est:

$h = \frac{\lambda Nu_D}{D} = 169,8 \text{ W/m}^2 \text{K}$

En  $x = L$ ,  $\dot{q}_p = h (T_p(L) - T_m(L))$ ; d'où

$T_p(L) = T_m(L) + \frac{\dot{q}_p}{h}$

A.N

$T_p(L) = 113,5^\circ \text{C}$



Université Cadi Ayyad

Le 19 Juin 2008

Faculté des Sciences Semlalia

Département de Physique

Filière EEI - S4

Contrôle no 2 - Transferts Thermiques

**Question d'ordre général**

L'air dans un champ de pesanteur et soumis à un chauffage voit sa densité diminuer. Cette diminution de la densité pourrait être à l'origine des mouvements engendrés par convection naturelle. Si on suppose que l'air est placé dans une cavité carrée, isolée partout sauf sur sa paroi supérieure horizontale qui est soumise à une température  $T_p$  fixe et supérieure à la température initiale  $T_0$  de l'air. Est-ce que les mouvements convectifs auront lieu dans ce cas ? Si oui, dans quel sens ? Argumenter votre réponse.

**Exercice 1**

On considère un tube de diamètre  $D = 6$  cm, soumis à un flux de chaleur uniforme dont la densité est  $q = 1000 \text{ W/m}^2$ . On admet que l'eau circule à un débit  $\dot{m} = 0.01 \text{ kg/s}$  et sa température moyenne à l'entrée est  $T_{m,e} = 20^\circ\text{C}$ .

On rappelle que pour un écoulement laminaire ( $Re_D = \frac{UD}{\nu} \leq 2300$ ),  $Nu_D = \frac{hD}{\lambda} = 4.36$ .

1- Trouver la longueur  $L$  du tube requise pour atteindre une température moyenne de sortie  $T_{m,s} = 80^\circ\text{C}$ .

2- Calculer  $Re_D$  en fonction de  $\mu$ ,  $\dot{m}$  et  $D$  et déduire sa valeur numérique.

3- Calculer le coefficient de transfert  $h$  à la sortie du canal. Justifier l'expression utilisée pour le calcul de  $h$ .

4- Utiliser la loi de Newton et calculer la température  $T_{s,s}$  de surface à la sortie du tube.

On remplace maintenant le tube précédent par un tube épais de diamètre interne  $D_i = 6$  cm et de diamètre externe  $D_e = 9$  cm. On suppose que la densité du flux imposé au niveau de la surface externe du tube est  $q_e = 1000 \text{ W/m}^2$ .

5- Trouver la densité de flux  $q_i$  récupérée au niveau de la surface interne du tube.

6- Calculer à nouveau la longueur  $L$  du tube requise pour atteindre la température moyenne  $T_{m,s} = 80^\circ\text{C}$ .

Données : A  $T_{m,s} = 80^\circ\text{C}$ , on donne  $\lambda = 0.67 \text{ W/m.K}$ ,  $\mu = 352 \times 10^{-6} \text{ N.s/m}^2$  et  $Pr = 2.2$ .

**Exercice 2**

On utilise un système de chauffage électrique pour faire passer la température de l'eau de  $T_{m,e} = 20^\circ\text{C}$  (température moyenne à l'entrée) à  $T_{m,s} = 60^\circ\text{C}$  (température moyenne de sortie). Ce système consiste à faire circuler le fluide dans un tube épais dont les diamètres interne et externe sont respectivement de 30 mm et 40 mm. Un chauffage électrique de la partie épaisse du tuyau procure une génération interne de la chaleur à un taux  $g = 10^6 \text{ W/m}^3$ . On suppose que 10 % de la chaleur générée est perdue à travers la surface externe du tube et la répartition de la chaleur au niveau des surfaces externe et interne est uniforme.

1- Calculer les densités de flux  $q_e$  et  $q_i$  sur les surfaces externe et interne du tube.

2- Si le débit massique de l'eau est  $\dot{m} = 0.1 \text{ kg/s}$ , quelle devrait être la longueur du tuyau pour atteindre la température moyenne de sortie désirée ?

3- Trouver le coefficient local,  $h$ , de transfert de chaleur par convection à la sortie si la surface interne du tube à la sortie est à la température  $T_{s,s} = 70^\circ\text{C}$ .

Données :  $C_p = 4180 \text{ J/kg.K}$

$$q = h A_s \Delta T$$

$$q_i = 1300 \text{ W/m}^2$$

$$A = D_i L$$

$$T_L = \frac{D_i D_e}{2} \ln \frac{D_e}{D_i}$$

$$q_i \pi D_i L = g \nu \frac{D_i}{T_0}$$

$$q_e \pi D_e L = g \nu \frac{D_e}{T_0}$$

$$q_e = q_i = \frac{g \nu}{T_0} \frac{1}{2}$$

$$q_e = q_i \frac{1}{2}$$



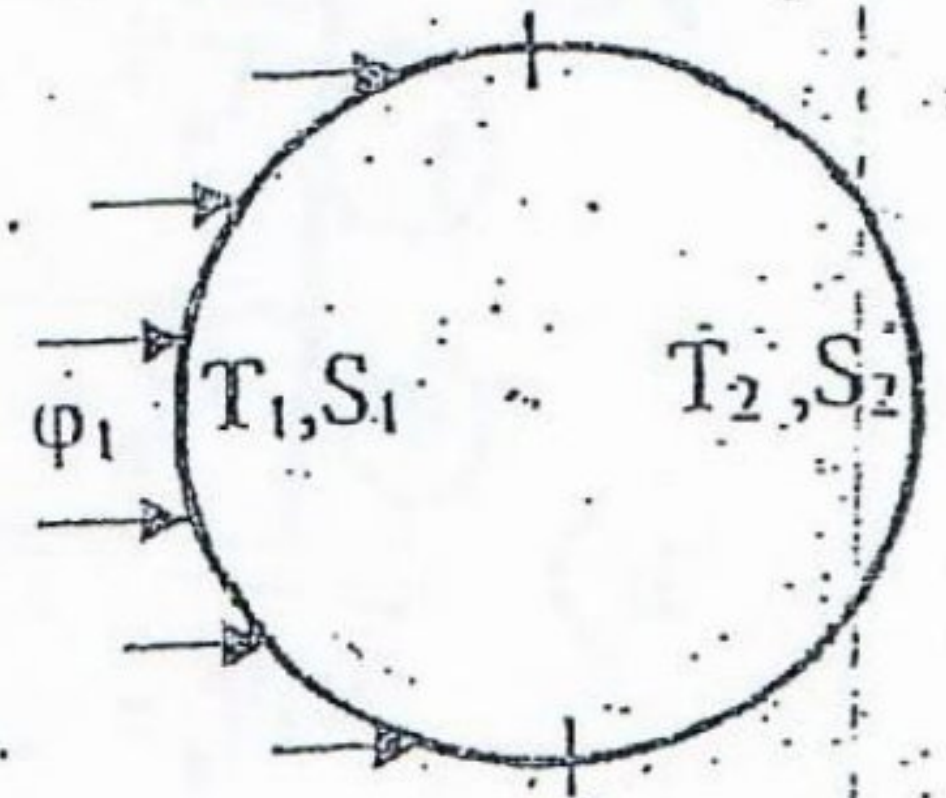
Département de Physique, Filière SMP (S5)  
Contrôle N° 2 - Transferts Thermiques (1h30)

N.B.: - Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

**Exercice 1**

Un tube de longueur infinie de surface intérieure  $S$  a la moitié  $S_1=S/2$  soumise à une densité de flux constant  $\phi_1=200\text{W/m}^2$  alors que l'autre moitié  $S_2=S_1$  est maintenue à une température constante  $T_2=400\text{K}$  (voir figure). La surface du tube  $S$  ( $S=S_1+S_2$ ) est grise et diffusante d'émissivité  $\epsilon=0.8$ . Dans ce problème, on ne considère que les échanges radiatifs entre  $S_1$  et  $S_2$ . La constante de Stefan-Boltzmann est  $\sigma=5,67.10^{-8}\text{W/m}^2\text{K}^4$ .

- Montrer brièvement que le facteur de forme entre  $S_1$  et  $S_2$  est  $F_{12}=2/\pi$ .  
En déduire les autres facteurs ( $F_{11}$ ,  $F_{22}$  et  $F_{21}$ ).
- En utilisant l'analogie électrique, déterminer :
  - La température  $T_1$  et la densité du flux radiatif reçu par  $S_2$ .
  - Les radiosités  $J_1$  et  $J_2$  respectivement des surfaces  $S_1$  et  $S_2$ .
- En utilisant uniquement  $J_1$  et  $J_2$ , calculer les éclaircissements  $E_1$  et  $E_2$  respectivement des surfaces  $S_1$  et  $S_2$ .
- Retrouver  $T_1$  à partir de la définition de la radiosité  $J_1$ .



$$E_i = \sum_j F_{ji} \sigma T_j^4$$

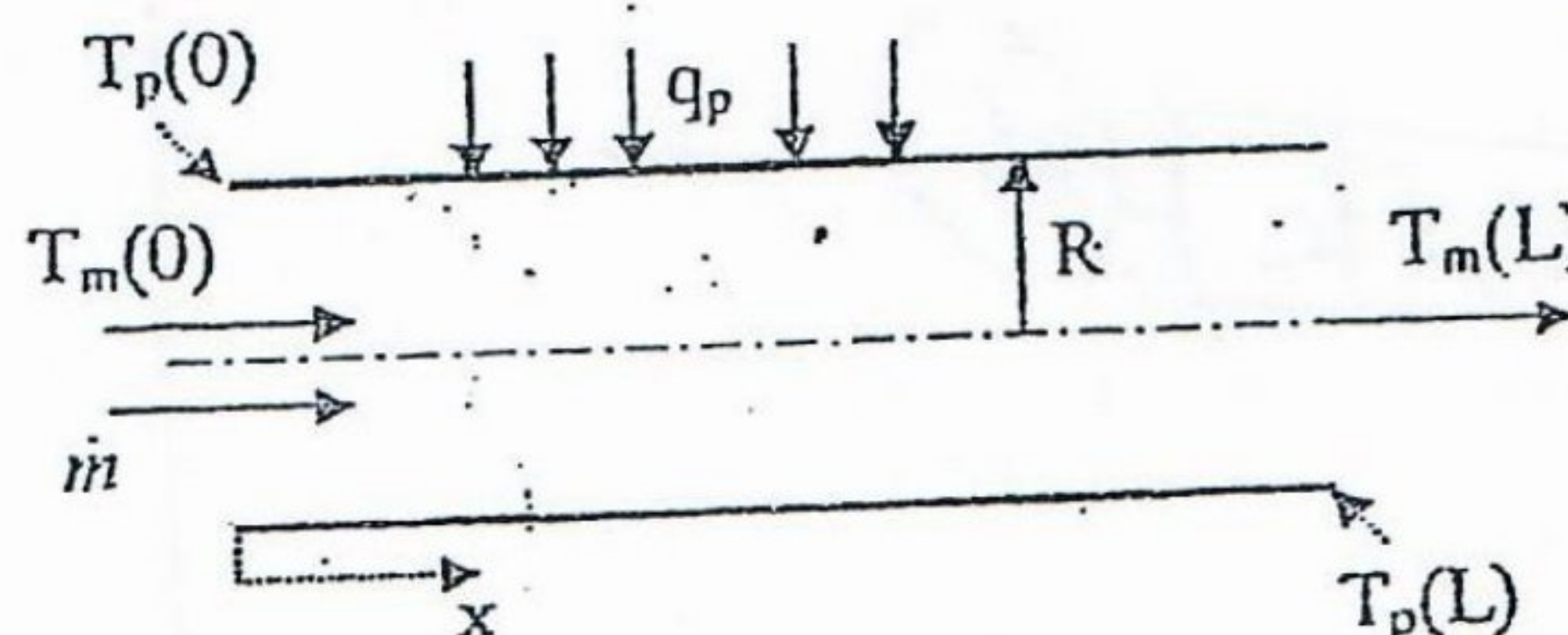
**Exercice 2**

*210 min*

$$J_i = \epsilon_i \sigma T_i^4 + \rho_i E_i$$

L'air entre dans un tube, de longueur  $L=3\text{m}$  et de diamètre  $D=0,05\text{m}$ , avec une température  $T_m(0)=20^\circ\text{C}$  et un débit massique  $\dot{m}=0,005\text{kg/s}$ . Le tube est soumis à une densité de flux  $q_p(x)=a.x$ , avec  $a=500\text{W/m}^3$ , et les conditions sont supposées établies tout au long du tube avec un coefficient convectif constant  $h=25\text{W/m}^2\text{K}$ . La chaleur spécifique de l'air est  $C_p=1008\text{J/kgK}$ .

- Déterminer l'expression de la température moyenne du fluide  $T_m(x)$  et de celle de la paroi du tube  $T_p(x)$ .
- En déduire les températures  $T_m(L)$ ,  $T_p(x=0)$  et  $T_p(x=L)$ .



*19*



# Exercice 1 / 13

1)  $F_{12} = F_{21}$ ;  $S_1$  et la surface plane (voir figure).

or  $S_1 F_{12} = S_1 F_{21} = S_2 F_{21} = S_2 F_{12}$

①  $\Rightarrow F_{12} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{DL}{\pi D L} = \frac{2}{\pi}$

0,5  $F_{21} = F_{12} = \frac{2}{\pi} \quad 0,637$

0,5  $F_{11} = F_{22} = 1 - F_{12} = \frac{\pi - 2}{\pi} \quad 0,363$

2)

a)  $S_1 \varphi_1 = \frac{H_1^0 - H_2^0}{\frac{1-\epsilon}{S_1 \epsilon} + \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1-\epsilon}{S_2 \epsilon}} = \frac{S_2 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{2(1-\epsilon)}{\epsilon} + \frac{1}{F_{12}}}$

Donc

①  $T_1^4 = T_2^4 + \frac{\varphi_1}{\sigma} \left( \frac{2(1-\epsilon)}{\epsilon} + \frac{1}{F_{12}} \right)$

①  $\varphi_1 = \varphi_2 = 200 \text{ W/m}^2$

b)

$S_1 \varphi_1 = \frac{H_1^0 - J_1}{\frac{1-\epsilon}{S_1 \epsilon}} \Rightarrow J_1 = H_1^0 - \frac{1-\epsilon}{\epsilon} \varphi_1 = \sigma T_1^4 - \frac{1-\epsilon}{\epsilon} \varphi_1$

$S_1 \varphi_1 = \frac{J_2 - H_2^0}{\frac{1-\epsilon}{S_2 \epsilon}} \Rightarrow J_2 = H_2^0 + \frac{1-\epsilon}{\epsilon} \varphi_1 = \sigma T_2^4 + \frac{1-\epsilon}{\epsilon} \varphi_1$

3)  $E_1 = \sum_{j=1}^2 F_{1j} J_j = F_{11} J_1 + F_{12} J_2$

$E_2 = \sum_{j=1}^2 F_{2j} J_j = F_{21} J_1 + F_{22} J_2$

A.N.  $E_1 = 1615,7 \text{ W/m}^2$

A.N.  $E_2 = 1710,5 \text{ W/m}^2$

4) La définition de la radiosité:

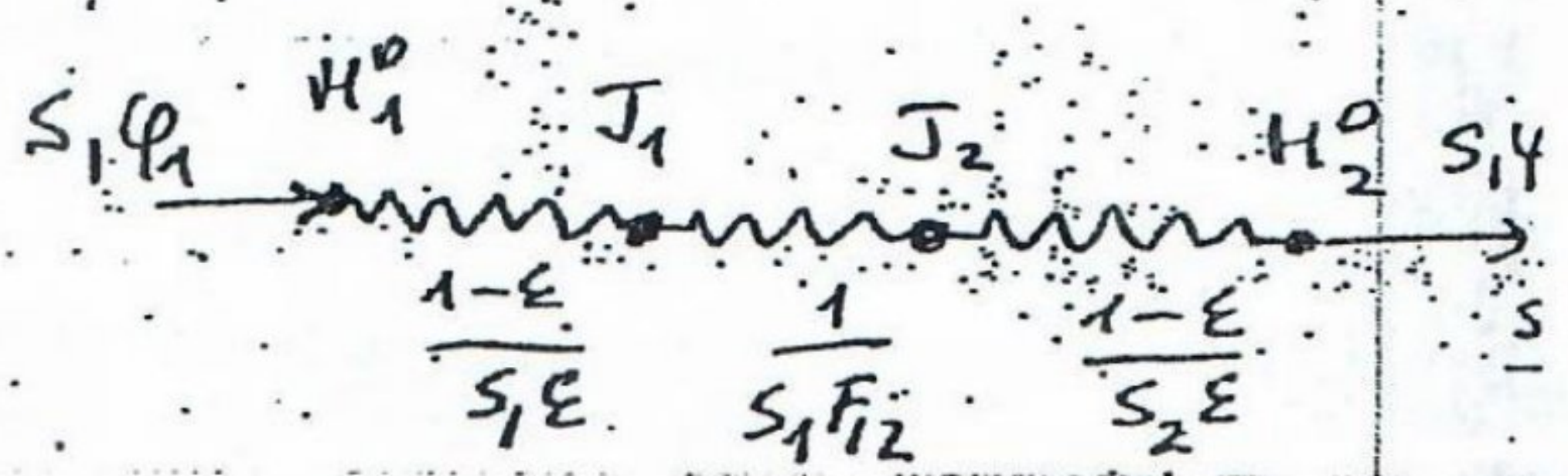
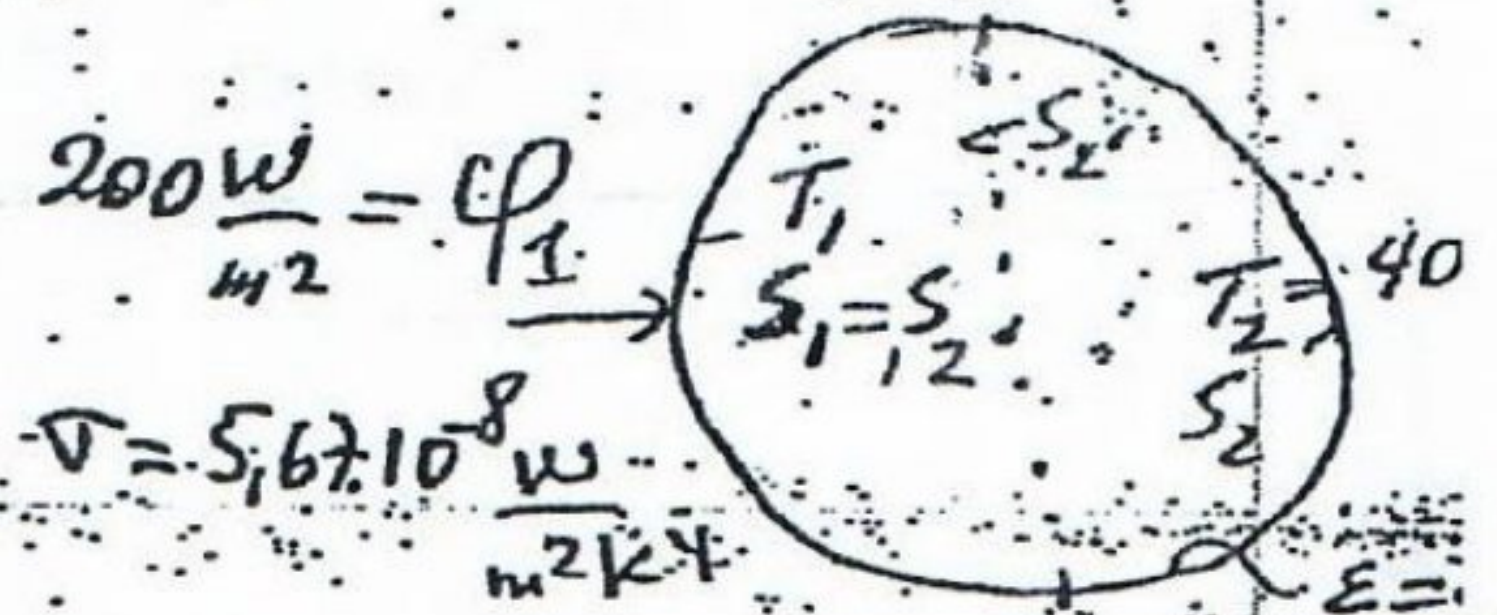
$J_1 = E_1 H_1^0 + \rho_1 E_1 = \epsilon \sigma T_1^4 + (1-\epsilon) E_1$

Donc

$T_1^4 = \frac{1}{\epsilon \sigma} (J_1 - (1-\epsilon) E_1)$

A.N

$T_1 = 425,9 \text{ K}$



A.N.  $T_1 = 425,9 \text{ K}$

A.N.  $J_1 = 1815$

A.N.  $J_2 = 1501$

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

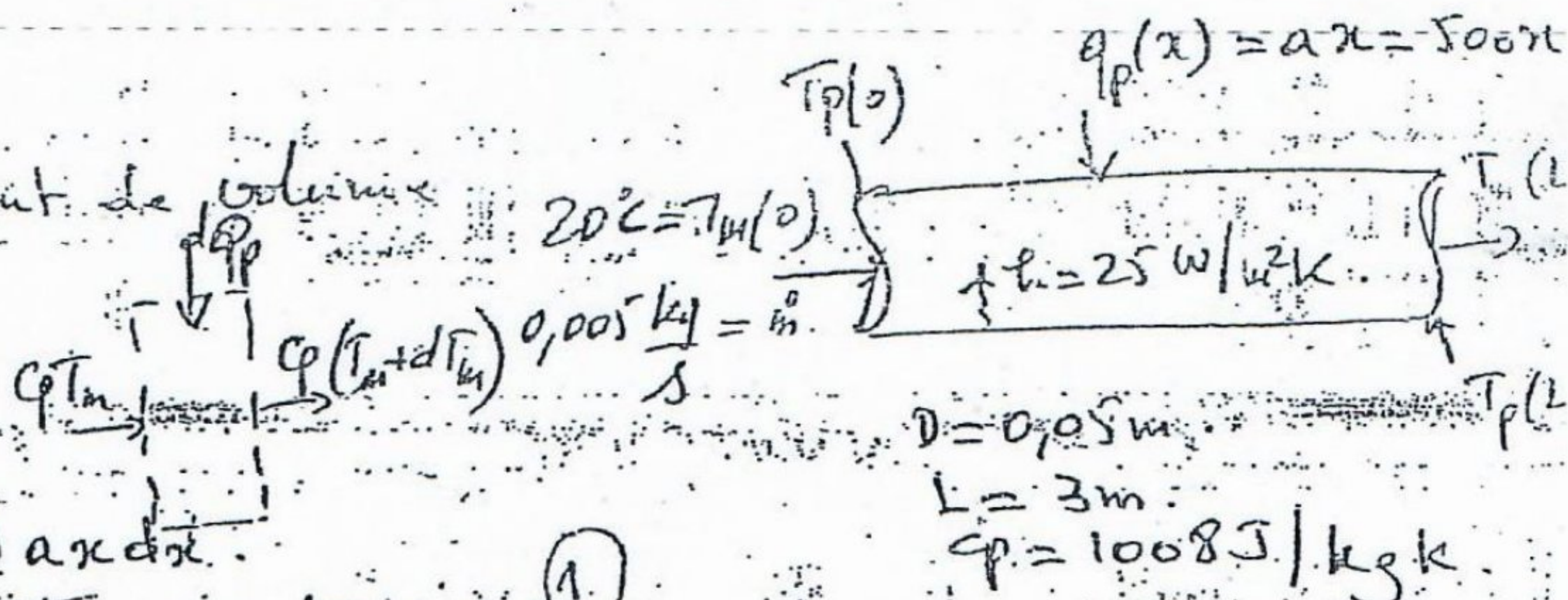
0,5

0,5



Exercice 2 (7)

1) On lance sur un élément de volume  
fluide :



$$dQ_p = q_p(x) \pi D dx = \pi D a x dx$$

$$= \dot{m} c_p (T_m + dT_m - T_m) = \dot{m} c_p dT_m(x) \quad (1)$$

D'où

$$\frac{dT_m(x)}{dx} = \frac{\pi D a x}{\dot{m} c_p} \rightarrow T_m(x) = T_m(0) + \frac{1}{2} \frac{\pi D a}{\dot{m} c_p} x^2 \quad (1.5)$$

$$q_p(x) = h (T_p(x) - T_m(x)) \quad (0.5) \rightarrow T_p(x) = T_m(x) + \frac{ax}{h}$$

$$= T_m(0) + \frac{ax}{h} + \frac{1}{2} \frac{\pi D a}{\dot{m} c_p} x^2 \quad (1)$$

2) D'après les relations précédentes :

$$T_m(L) = T_m(0) + \frac{1}{2} \frac{\pi D a L^2}{\dot{m} c_p} \quad (0.5)$$

A.N.  $T_m(L) = 90.1^\circ\text{C} \quad (0.5)$

$$T_p(0) = T_m(0) \quad (0.5)$$

A.N.  $T_p(0) = 20^\circ\text{C} \quad (0.5)$

$$T_p(L) = T_m(L) + \frac{aL}{h}$$

$$= T_m(0) + \frac{aL}{h} + \frac{1}{2} \frac{\pi D a L^2}{\dot{m} c_p} \quad (0.5)$$

A.N.  $T_p(L) = 150.1^\circ\text{C} \quad (0.5)$



### Exercice 1

N.B.: - Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

Une petite surface opaque maintenue à la température  $T=1000\text{K}$  est exposée au rayonnement émis par un large environnement à  $T_0=1500\text{K}$  qui se comporte comme un corps noir. La surface est diffusante et d'émissivité monochromatique :

$$\lambda \leq \lambda_1 = 6 \mu\text{m} \rightarrow \varepsilon_{\lambda,1} = 0,8$$

$$\lambda > \lambda_1 \rightarrow \varepsilon_{\lambda,2} = 0,3$$

La constante de Stefan-Boltzmann,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ .

1. Calculer l'émissivité, l'absorptivité et la réflectivité totales hémisphériques de la surface (voir le tableau des fractions  $f_{0-\lambda}$  de l'émittance d'un corps noir).
2. Déterminer l'éclairement et la radiosité totales de la surface.
3. Donner le flux radiatif surfacique net reçu par la surface.

$\lambda T$ $\mu\text{m.K}$	$f_{0-\lambda}$	$\lambda T$ $\mu\text{m.K}$	$f_{0-\lambda}$	$\lambda T$ $\mu\text{m.K}$	$f_{0-\lambda}$
3000	0.273	5000	0.639	8000	0.856
3200	0.318	5200	0.658	8500	0.875
4000	0.481	6000	0.738	9000	0.890

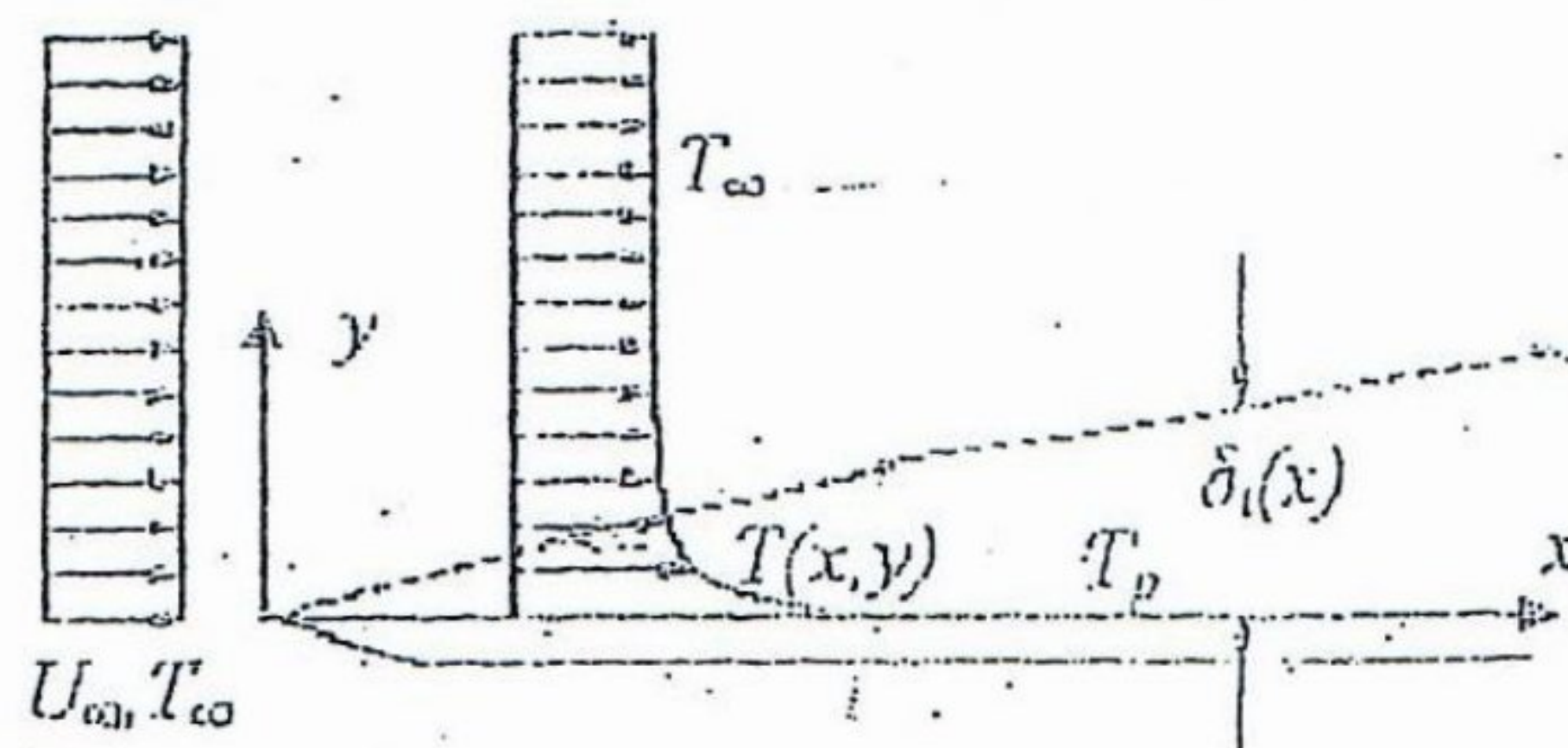
### Exercice 2

Un fluide de température  $T_\infty$  et de vitesse  $U_\infty$  est en écoulement sur une plaque plane isotherme à  $T_p$  et de longueur  $L$  (voir figure). En régime laminaire, la distribution de température  $T(x,y)$  dans la couche limite thermique d'épaisseur  $\delta_t(x)$  peut être approximée par :

$$\frac{T(x,y) - T_p}{T_\infty - T_p} = 2 \frac{y}{\delta_t(x)} - \left[ \frac{y}{\delta_t(x)} \right]^2 \quad \text{avec} \quad \delta_t(x) = \frac{6x}{Re_x^{1/2} Pr^{1/3}}$$

où  $Re_x$  et  $Pr$  sont respectivement les nombres de Reynolds et de Prandtl. L'axe  $y$  est perpendiculaire à la plaque. Le fluide est de conductivité thermique  $\lambda$  et de viscosité cinématique  $\nu$ .

1. Déterminer l'expression du coefficient de convection local  $h(x)$ . En déduire celle du nombre de Nusselt local  $Nu_x$ .
2. Montrer que les coefficients de convection moyen et local sont liés par  $\bar{h}_{m,L} = 2 h(L)$ . Ce résultat reste valable pour quelle longueur maximale de la plaque si  $T_\infty = 300^\circ\text{C}$ ,  $U_\infty = 1,5 \text{ m/s}$ ,  $T_p = 400^\circ\text{C}$ ,  $Pr = 0,7$ ,  $\lambda = 0,03 \text{ W/m}^\circ\text{C}$  et  $\nu = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ .



3. Calculer pour  $L=2\text{m}$ , le flux convectif  $q'$  (en  $\text{W/m}$ ) reçu par le fluide par unité de largeur de la plaque.

(21)

$$q = h(x)$$



## Exercice 1

$$\lambda \leq \lambda_1 = 6 \mu\text{m} \quad \varepsilon_{\lambda 1} = 0,8$$

$$\lambda > \lambda_1 = 6 \mu\text{m} \quad \varepsilon_{\lambda 2} = 0,3$$

$$T = 1000 \text{ K}$$

$$T_0 = 1500 \text{ K}$$

$$1) \quad \varepsilon = \frac{1}{H^0(T)} \int_0^\infty \varepsilon_\lambda H_\lambda^0(T) d\lambda = \varepsilon_{\lambda 1} \left[ \int_0^{\lambda_1} H_\lambda^0(T) d\lambda / H^0(T) \right] + \varepsilon_{\lambda 2} \left[ \int_{\lambda_1}^\infty H_\lambda^0(T) d\lambda / H^0(T) \right]$$

$$= \varepsilon_{\lambda 1} f_{0-\lambda_1 T} + \varepsilon_{\lambda 2} (1 - f_{0-\lambda_1 T}) = 0,669$$

$$\lambda_1 T = 6 \cdot (1000) = 6000 \mu\text{mK} \rightarrow f_{0-\lambda_1 T} = 0,738$$

$$2) \quad \alpha = \frac{1}{E} \int_0^\infty \alpha_\lambda E_\lambda d\lambda = \frac{1}{H^0(T_0)} \int_0^\infty \varepsilon_\lambda H_\lambda^0(T_0) d\lambda = \varepsilon_{\lambda 1} f_{0-\lambda_1 T_0} + \varepsilon_{\lambda 2} (1 - f_{0-\lambda_1 T_0})$$

$$\alpha = 0,745$$

$$1 - \alpha = 0,255$$

$$\lambda_1 T_0 = 6 \cdot 1500 = 9000 \rightarrow f_{0-\lambda_1 T_0} = 0,890$$

$$2) \quad \text{Radiosité totale: } J = \int_0^\infty E_\lambda d\lambda = \int_0^\infty H_\lambda^0(T_0) d\lambda = H^0(T_0) = \sigma T_0^4 = 287043,8 \text{ W/m}^2$$

$$E = \int_0^\infty \varepsilon_\lambda H_\lambda^0(T) d\lambda = \varepsilon H^0(T) = \varepsilon \sigma T^4$$

$$J = \varepsilon H^0(T) + \rho E = \varepsilon \sigma T^4 + (1 - \alpha) H^0(T_0)$$

$$= \varepsilon \sigma T^4 + (1 - \alpha) \sigma T_0^4 = 111128,5 \text{ W/m}^2 = 111,13 \text{ kW/m}^2$$

3) Flux absorbé moins flux émis = flux net reçu:

$$\varphi = \varphi^a - \varphi^e = \alpha H^0(T_0) - \varepsilon H^0(T) = \alpha \sigma T_0^4 - \varepsilon \sigma T^4 = 175915,3 \text{ W/m}^2$$

$$\approx 175,92 \text{ kW/m}^2$$

ou:

$$\varphi = \int_0^\infty \alpha_\lambda H_\lambda^0(T_0) d\lambda - \int_0^\infty \varepsilon_\lambda H_\lambda^0(T) d\lambda$$

$$= \left\{ \varepsilon_{\lambda 1} f_{0-\lambda_1 T_0} + \varepsilon_{\lambda 2} (1 - f_{0-\lambda_1 T_0}) \right\} \sigma T_0^4 - \left\{ \varepsilon_{\lambda 1} f_{0-\lambda_1 T} + \varepsilon_{\lambda 2} (1 - f_{0-\lambda_1 T}) \right\} \sigma T^4$$

$$= \alpha \sigma T_0^4 - \varepsilon \sigma T^4 = 175,92 \text{ kW/m}^2$$

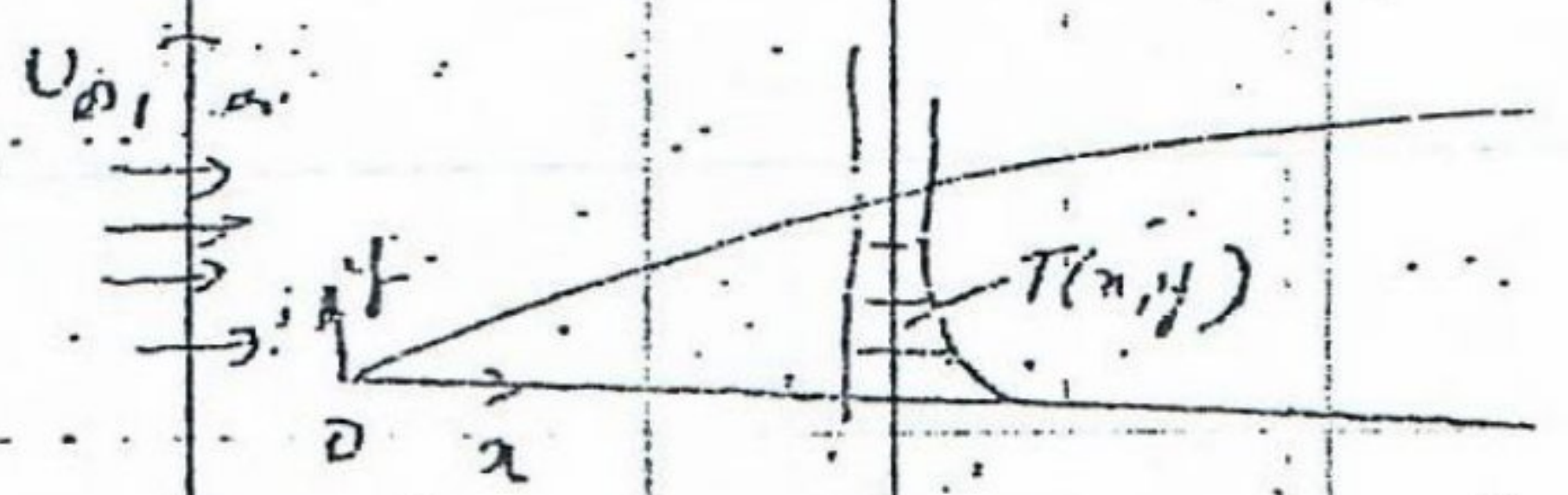
$$\alpha E = \alpha H^0(T_0)$$



## Exercice 2

$$\bar{\theta}(x,y) = \frac{T - T_p}{T_\infty - T_p} = 2 \frac{y}{\delta_t(x)} \left[ \frac{y}{\delta_t(x)} \right]^2$$

$$\delta_t(x) = \frac{6x}{Re_x^{1/2} Pr^{1/3}}$$



1) la densité du flux convectif perdu par la plaque est une position  $x$

$$q(x) = -\lambda \left. \frac{\partial T(x,y)}{\partial y} \right|_{y=0} = h(x) (T_p - T_\infty)$$

Donc

$$h(x) = -\frac{\lambda}{T_p - T_\infty} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = \lambda \left. \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{2\lambda}{\delta_t(x)}$$

$$h(x) = \frac{1}{3} \frac{\lambda}{x} Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$$

$$Nu_x = \frac{h(x)x}{\lambda}, \text{ donc}$$

$$Nu_x = \frac{1}{3} Re_x^{1/2} Pr^{1/3} = \frac{2x}{\delta_t(x)}$$

2) le coefficient moyen de convection est

$$h_{m,L} = \frac{1}{L} \int_0^L h(x) dx = \frac{1}{L} \frac{1}{3} \lambda Pr^{1/3} \left( \frac{U_\infty}{\nu} \right)^{1/2} \int_0^L \frac{dx}{x^{1/2}} = 2 \left( \frac{1}{3} \frac{\lambda}{L} Re_L^{1/2} Pr^{1/3} \right)$$

$$h_{m,L} = 2 h(L)$$

$$3) \dot{Q} = L \times q' = h_{m,L} (L) (T_p - T_\infty) = 2 h(L) L (T_p - T_\infty)$$

$$h(L) = \frac{1}{3} \frac{\lambda}{L} \left( \frac{U_\infty L}{\nu} \right)^{1/2} Pr^{1/3} = \frac{1}{3} \frac{0,03}{1} \left( \frac{2,15 \cdot 210^{-5}}{1,5 \cdot 10^{-5}} \right)^{1/2} (0,7)^{1/3} = 1,7$$

$$h_{m,L} = 2h$$

$$q' = 2 (1,72) (2) (400 - 300) = 687,8 \text{ W/m}$$

4) Écoulement laminaire si,  $Re_x < Re_{xc} = \frac{U_\infty x_c}{\nu} = 5 \cdot 10^5$

→ longueur maximale égale :

$$(L_{max}) = \frac{\nu}{U_\infty} Re_{xc} = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 210^{-5}}{1,5} = 6,67 \text{ m}$$



Département de Physique, Filière SMP (S<sub>6</sub>) – Parcours Energétique  
Rattrapage- Transferts Thermiques (2h)

**Exercice 1** (A rédiger sur une copie séparée)

Un cylindre plein 1 (conductivité  $\lambda_1$ , longueur  $L$  et rayon  $R_1$ ) au sein duquel il y a une génération uniforme  $p$  ( $W/m^3$ ) qui engendre le chauffage d'un tube 2 ( $\lambda_2$ ,  $L$  et rayons  $R_1$  et  $R_2 > R_1$ ) par un flux  $Q_1$  ( $W$ ). Un chauffage électrique très mince de puissance  $Q_2$  est inséré entre le tube 2 et un tube 3 ( $\lambda_3$ ,  $L$  et rayons  $R_2$  et  $R_3 > R_2$ ). La surface  $r=R_3$  est refroidie par un fluide à  $T_\infty$  avec un coefficient  $h$ . Tous les contacts sont parfaits.

- En régime permanent  $T(M,t)=T(r)$  pour  $0 \leq r \leq R_3$  :
  - Montrer que  $Q_1 = \pi R_1^2 L p$ .
  - Par l'analogie électrique, déterminer  $T_2 = T(r=R_2)$ ,  $T_1 = T(r=R_1)$  et  $T_3 = T(r=R_3)$  en fonction de  $T_\infty$ , des flux  $Q_i$  et des données :
  - Déterminer l'expression de  $T(r)$  dans le cylindre 1.
- En régime transitoire, on suppose que le tube 2 est un isolant parfait et que l'épaisseur du tube 3 est faible de sorte que  $T(M,t)=T(t)$  pour  $R_2 \leq r \leq R_3$ .  $Q_1$  est annulé alors que  $Q_2$  et le refroidissement en  $R_3$  restent appliqués. Sachant que le tube 3 (propriétés  $\lambda=\lambda_3$ ,  $\rho$ ,  $C_p, \dots$ ) est initialement à  $T(t=0)=T_i$ , déterminer l'expression de  $T(t)$ .

**Exercice 2** N.B.: Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

Deux surfaces grises et diffuses  $S_1$  et  $S_2$  ( $S_1=S_2$ ) sont reliées par une surface  $S_3$  qui se comporte comme un corps noir à  $T_3=400$  K.  $S_1$ , d'émissivité  $\epsilon_1=0,5$  est maintenue à  $T_1=600$  K alors que l'arrière de  $S_2$  est isolé. Le facteur de forme  $F_{12}=0,5$  et la constante de Stefan-Boltzmann  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} W/m^2 K^4$ . On ne considère que les échanges radiatifs entre  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S_3$ .

- En utilisant l'analogie électrique, calculer les radiosités  $J_1$ ,  $J_2$  et  $J_3$ . En déduire  $T_2$  de  $S_2$ .
- Calculer le flux radiatif surfacique  $\phi_1$  qu'il faut fournir à  $S_1$  à  $T_1$ .

**Exercice 3**

Un fluide entre dans un tube avec une vitesse  $u_m=0,04$  m/s et une température  $T_m(0)=60^\circ C$ . Le tube, de longueur  $L=6$  m et de diamètre  $D=0,025$  m, est maintenue à  $T_p=100^\circ C$ . Dans le système international,  $\rho=1090$ ,  $C_p=2600$ ,  $\nu=4,8 \cdot 10^{-6}$ ,  $\lambda=0,26$ ,  $Pr=50$ .

- Calculer le nombre de Reynolds et préciser la nature de l'écoulement.
- Calculer la température de sortie du fluide  $T_m(L)$  et le flux nécessaire pour maintenir  $T_p$

Corrélations pour le nombre de Nusselt moyen :

$$Nu_{m,D} = 1.86 \left( \frac{Re_D Pr}{L/D} \right)^{1/3} \left( \frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0.14} \text{ en régime laminaire avec } \left( \frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0.14} = 0.842$$

$$Nu_{m,D} = 0,023 Re_D^{0.8} Pr^{0.4} \text{ en régime turbulent}$$



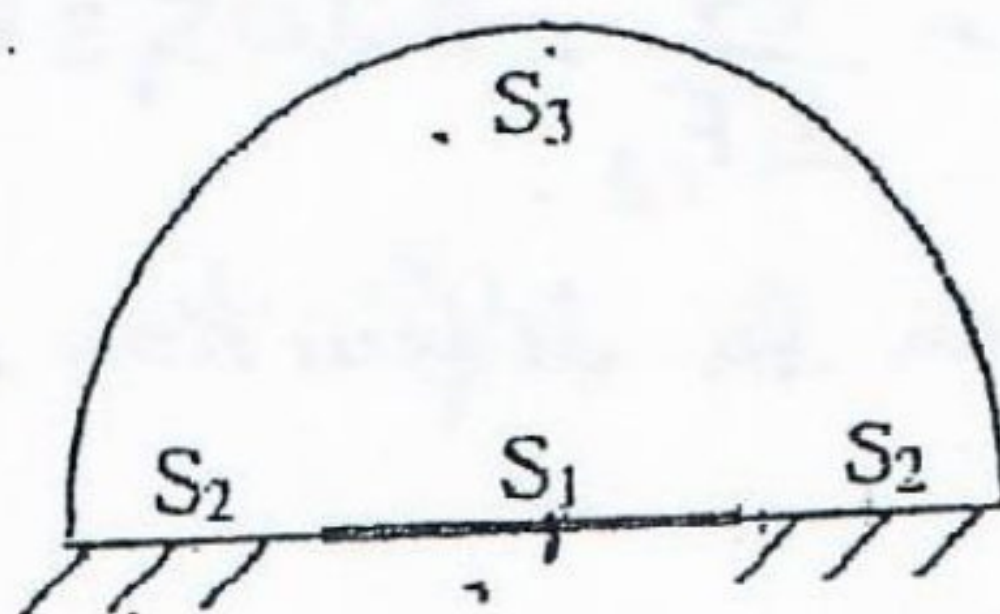
### Exercice 1

N.B.: Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

Un hémisphère  $S_3$  d'émissivité  $\epsilon_3=0,9$  et de rayon  $R=0,2m$  est maintenu à la température  $T_3=400K$ . Au centre de l'hémisphère est placé un disque chauffant  $S_1$ , noir ( $\epsilon_1=1$ ) et de rayon  $R/2$ , maintenu à la température  $T_1=1000K$ . Un isolant parfait, de rayons intérieur  $R/2$  et extérieur  $R$ , est placé entre le disque et l'hémisphère. Cet anneau  $S_2$  est d'émissivité  $\epsilon_2=0,5$  et de température  $T_2$  (voir figure).  $S_2$  et  $S_3$  sont des surfaces grises et diffusantes.

La constante de Stefan-Boltzmann est  $\sigma=5.67 \cdot 10^{-8} W/m^2 K^4$ . On néglige la convection.

1. Sachant que  $F_{13}=F_{23}=1$ , calculer les facteurs de forme  $F_{ij}$ ,  $j=1,2,3$ .
2. En utilisant l'analogie électrique (représenter le circuit), calculer le flux  $\Phi_1$  à fournir au disque  $S_1$  pour le maintenir à  $T_1$ . En déduire les radiosités  $J_1$  et  $J_3$ .
3. Déterminer la température  $T_2$  de  $S_2$ . Quel est l'effet de  $\epsilon_2$  sur  $T_2$ .



$$Re_D = \frac{U_{\infty} D}{\nu}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

$$Nu_D = \frac{h D}{\lambda}$$

### Exercice 2

Dans une application, l'air à la température  $T_{\infty}$  ayant une vitesse  $U_{\infty}$  est en écoulement sur une plaque plane isotherme à  $T_p$ . La distribution de température  $T(x,y)$  dans la couche limite thermique est approximée par :

$$T(x,y) = a + b \exp(-Pr U_{\infty} y / \nu)$$

L'axe  $y$  est perpendiculaire à la plaque et le fluide est de conductivité thermique  $\lambda$  et de viscosité cinématique  $\nu$ .  $Pr$  est le nombre de Prandtl.

1. Montrer que  $a=T_{\infty}$  et  $b=(T_p - T_{\infty})$ . En déduire l'expression de la température adimensionnelle  $(T(x,y) - T_p) / (T_{\infty} - T_p)$ .
2. Déterminer l'expression du coefficient de convection local  $h(x)$ . En déduire celle du nombre de Nusselt local  $Nu_x$  en fonction des nombres de Reynolds et de Prandtl. Donner le nombre de Nusselt moyen sur une longueur  $L$  à partir de l'origine.
3. Pour  $T_{\infty}=400^{\circ}C$ ,  $T_p=300^{\circ}C$ ,  $U_{\infty}/\nu=5000m^{-1}$ ,  $Pr=0,7$ ,  $\lambda=0,03W/m^{\circ}C$ , calculer le flux surfacique reçu par la plaque.

$$q_p = h(x)(T_p - T_{\infty}) = \frac{\lambda Pr U_{\infty}}{\nu} (T_p - T_{\infty})$$

$$T(x,y) = a + b \exp(-Pr U_{\infty} y / \nu)$$

$$Nu_x = \frac{h x}{\lambda} = \frac{Pr Re_x}{2}$$

$$Nu_x = Pr Re_x$$

$$T(x,y) = b + a = T_p \Rightarrow b = T_p - T_{\infty}$$

$$h(x) = \frac{-\lambda}{(T_p - T_{\infty})} \frac{\partial T(x,y)}{\partial y} \bigg|_{y=0} = \frac{\lambda Pr U_{\infty}}{\nu} e^0$$

$$Nu_x = Pr Re_x$$



# Exercice 1

$$S_1 = \frac{1}{4} \pi R^2 = 0,031 \text{ m}^2$$

$$\epsilon_1 = 1$$

$$T_1 = 1000 \text{ K}$$

$$S_2 = \frac{3}{4} \pi R^2 = 0,094$$

$$\epsilon_2 = 0,5$$

$$T_2 = ?$$

$$S_3 = 9 \pi R^2 = 0,251 \text{ m}^2$$

$$\epsilon_3 = 0,9$$

$$T_3 = 400 \text{ K}$$

1)

$$S_1 F_{13} = S_3 F_{31} \rightarrow F_{31} = \frac{S_1}{S_3} = \frac{1}{9}$$

$$S_2 F_{23} = S_3 F_{32} \rightarrow F_{32} = \frac{S_2}{S_3} = \frac{3}{9}$$

2)

$$F_{33} + F_{32} + F_{31} = 1 \rightarrow F_{33} = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$\phi_1 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_3^4)}{\frac{1}{S_1 F_{13}} + \frac{1 - \epsilon_3}{S_3 \epsilon_3}}$$

$$\therefore N \quad \phi_1 = 1712 \text{ W}$$

D'après le circuit:

$$J_1 = H_1^0 = \sigma T_1^4 = 56700 \text{ W/m}^2$$

$$J_1 - J_3 = \frac{1}{S_1 F_{13}} \phi_1 \rightarrow J_3 = J_1 - \frac{\phi_1}{S_1 F_{13}} = 2205,3 \text{ W/m}^2$$

On peut utiliser le circuit ou la définition de la radiosité:

- Circuit:

$$M_2^0 = \sigma T_2^4 = J_2 = J_3 = 2205,3 \text{ W/m}^2$$

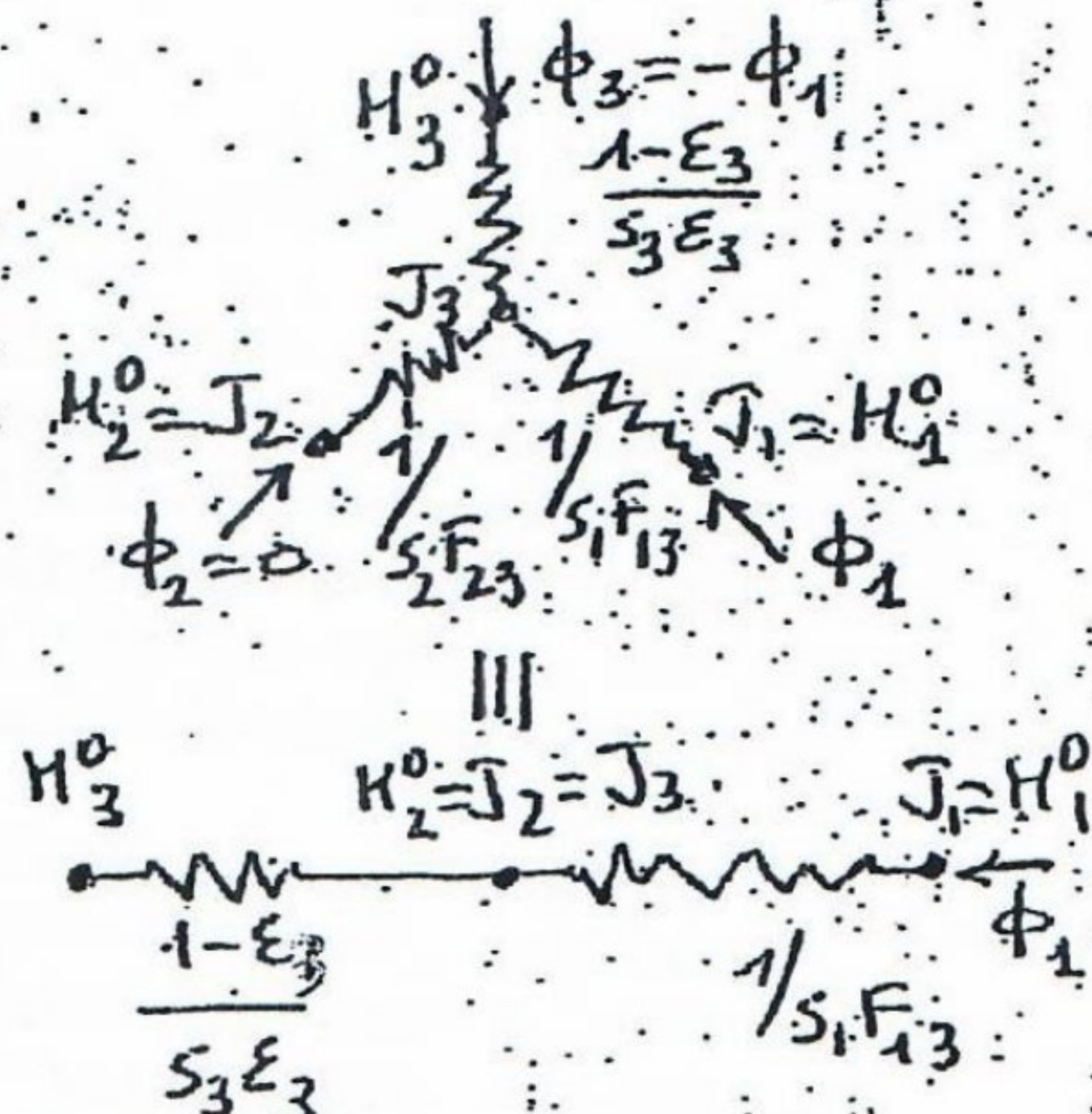
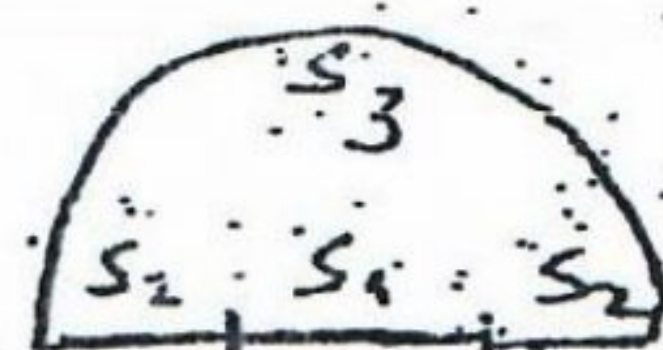
$$T_2 = \left( \frac{J_3}{\sigma} \right)^{1/4} = 444 \text{ K} ; \epsilon_2 \text{ n'a pas d'effet,}$$

- Définition:

$$J_2 = \epsilon_2 H_2^0 + \epsilon_2 = \epsilon_2 \sigma T_2^4 + (1 - \epsilon_2) \sum_{j=1}^3 F_{2j} J_j = \epsilon_2 \sigma T_2^4 + (1 - \epsilon_2) F_{23} J_3$$

$$\text{or } J_2 = \sigma T_2^4 \rightarrow (1 - \epsilon_2) \sigma T_2^4 = (1 - \epsilon_2) J_3 \rightarrow \sigma T_2^4 = J_3$$

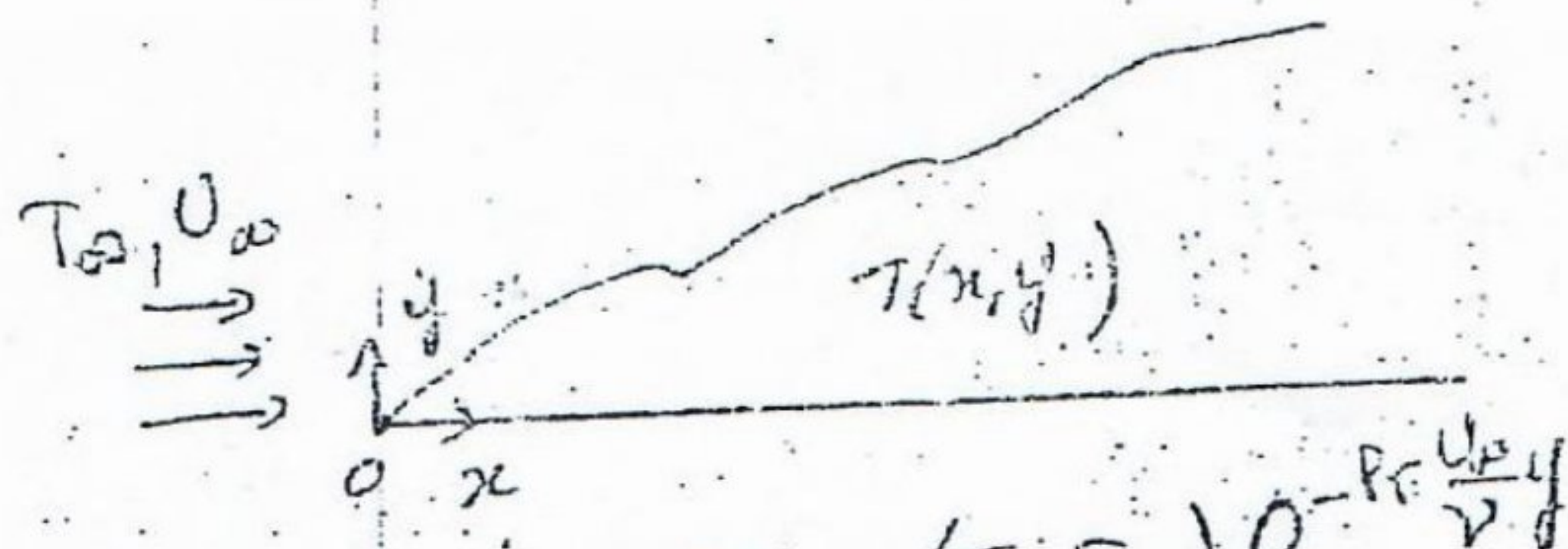
$$T_2 = \left( \frac{J_3}{\sigma} \right)^{1/4} = 444 \text{ K} ; \epsilon_2 \text{ n'a pas d'effet.}$$





## exercice 2

$$T(x, y) = a + b e^{-Pr \frac{U_{\infty}}{\nu} y}$$



$$T(x, y \rightarrow \infty) = a = T_{\infty}$$

$$T(x, y=0) = a + b = T_p \rightarrow b = T_p - T_{\infty} \rightarrow T(x, y) = T_{\infty} + (T_p - T_{\infty}) e^{-Pr \frac{U_{\infty}}{\nu} y}$$

$$\frac{T(x, y) - T_p}{T_{\infty} - T_p} = \frac{1}{T_{\infty} - T_p} \left( T_{\infty} + (T_p - T_{\infty}) e^{-Pr \frac{U_{\infty}}{\nu} y} - T_p \right) = 1 - e^{-Pr \frac{U_{\infty}}{\nu} y}$$

$$h(x) = h(x) \left( T_p - T_{\infty} \right) = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = -\lambda \left( -Pr \frac{U_{\infty}}{\nu} \right) (T_p - T_{\infty})$$

Donc  $h(x) = \lambda Pr \frac{U_{\infty}}{\nu}$

$$Nu_x = \frac{h(x) x}{\lambda} = Pr \frac{U_{\infty}}{\nu} x = Re_x Pr$$

$$h(x) = cte \rightarrow h_{m,L} = h(x) = \lambda Pr \frac{U_{\infty}}{\nu} = \frac{1}{L} \int_0^L h(x) dx$$

Donc  $Nu_{m,L} = \frac{h_{m,L} L}{\lambda} = Pr \frac{U_{\infty} L}{\nu} = Re_L Pr$

i) de flux surfacique:

$$q(x) = h(x) (T_{\infty} - T_p) = \lambda Pr \frac{U_{\infty}}{\nu} (T_{\infty} - T_p) = cte = q$$

$$q(x) = q = (0.83) (0.7) (5000) (400 - 300) = 105 \cdot 10^2 \text{ W/m}^2$$

$$q = 10.5 \text{ kW/m}^2$$



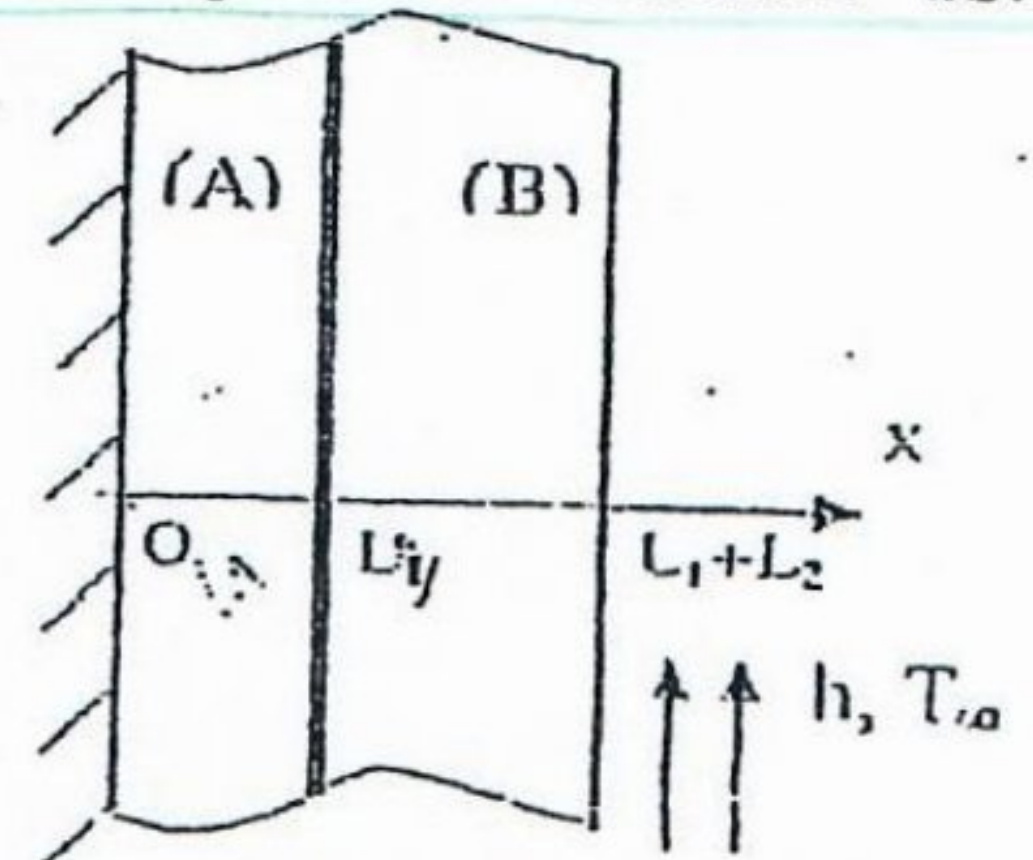
Département de Physique, Filière SMP (S5)  
Rattrapage - Transferts Thermiques (1h30)

N.B.: - Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

**Exercice 1**

Un chauffage électrique très mince, de puissance surfacique  $q_0$ , est inséré entre une paroi (A), d'épaisseur  $L_1=0,02\text{m}$  et de conductivité  $\lambda_1=15\text{W/mK}$ , et une paroi (B), d'épaisseur  $L_2=0,04\text{m}$  et de conductivité  $\lambda_2=1\text{W/mK}$ . La face  $x=0$  est parfaitement isolée alors que la face  $x=L_1+L_2$  échange par convection avec un fluide à  $T_\infty=20^\circ\text{C}$  avec un coefficient  $h=10\text{W/m}^2\text{K}$  (voir figure). La paroi (A) a pour masse volumique  $\rho_1=8000\text{kg/m}^3$  et pour chaleur spécifique  $c_{p1}=400\text{J/kgK}$ . La conduction est monodimensionnelle et toutes les résistances thermiques de contact sont négligeables.

1. En régime permanent :
  - a) Représenter le circuit électrique analogique entre les températures  $T_1=T(x=L_1)$  et  $T_\infty$ .
  - b) Quelle est la puissance  $q_0$  nécessaire pour maintenir la température de la face  $x=L_1+L_2$  à  $T_2=30^\circ\text{C}$ . En déduire la température  $T_1$ . Tracer la variation de  $T(x)$  pour  $0 \leq x < \infty$ .
2. En un instant  $t=0$ , le chauffage électrique est éteint :
  - a) Calculer le coefficient d'échange surfacique total  $U$  entre la face  $x=L_1$  et le milieu extérieur. Montrer que la paroi (A) reste approximativement isotherme.
  - b) Donner l'expression de la température de la paroi (A) en fonction du temps.

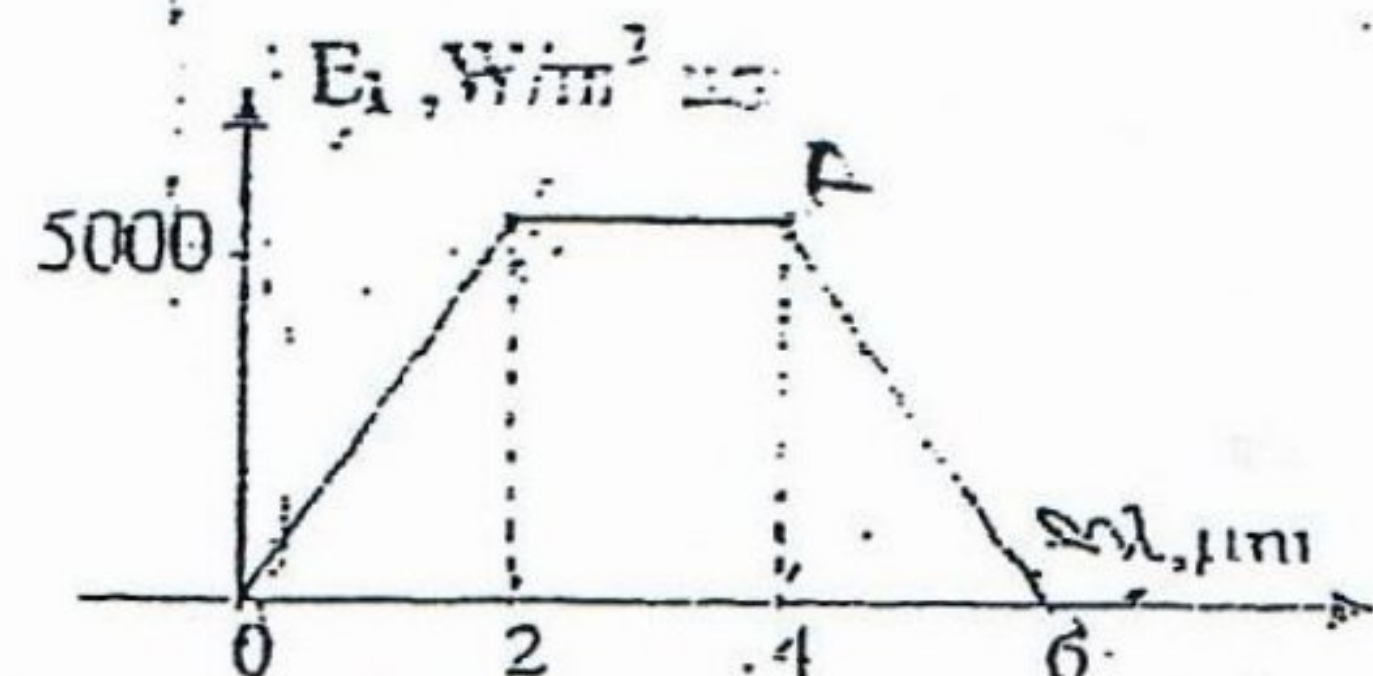


**Exercice 2**

Une surface opaque diffuse, à la température  $T=1000\text{K}$ , a une absorptivité hémisphérique monochromatique :  $\alpha_\lambda = 0$  si  $\lambda \leq \lambda_1 = 2\mu\text{m}$  et  $\alpha_\lambda = 0,6$  si  $\lambda > \lambda_1$ . La distribution spectrale du flux incident sur la surface est donné sur la figure. La constante de Stefan-Boltzmann,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{W/m}^2\text{K}^4$ .

1. Calculer l'absorptivité et l'émissivité totales hémisphériques de la surface (voir le tableau des fractions  $f_{0-\lambda}$  de l'émittance d'un corps noir). En déduire la radiosité totale de la surface.
2. Donner le flux radiatif surfacique net perdu par la surface.

$\lambda T$ $\mu\text{m.K}$	$f_{0-\lambda}$
2000	0.0667
3000	0.273
4000	0.481
5000	0.639
6000	0.738





# Transferts Thermiques Rattrapage (1h30)

AO 05/

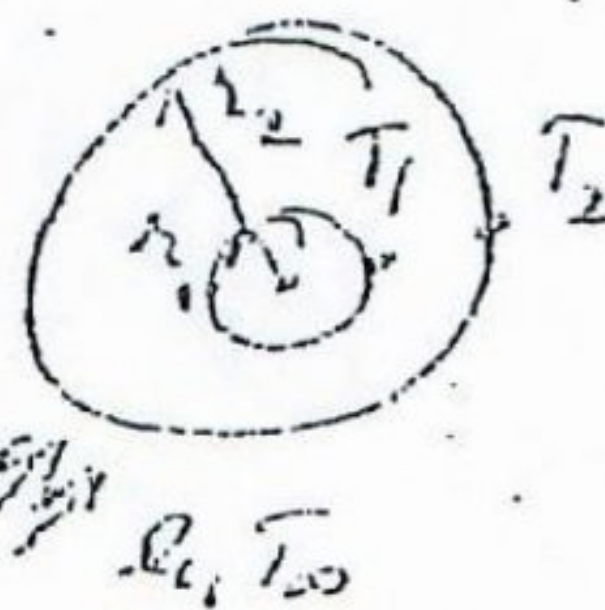
## Exercice 1

- $h = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$
- $\lambda_1 = 0,02 \text{ m}$
- $\lambda_2 = 0,04 \text{ m}$

$$T_\infty = 5^\circ\text{C}$$

$$\lambda_1 = 15 \text{ W/mK} \quad \rho_1 = 8000 \text{ kg/m}^3 \quad c_{p1} = 900 \text{ J/kgK}$$

$$\lambda_2 = 0,8 \text{ W/mK}$$



### 1) Régime permanent:

a)

Régime permanent

$$Q_0 = 0 \quad T_1 \quad T_2 \quad T_\infty \quad Q_\infty$$

$$\frac{dT}{dr} \Big|_{r=0} = \frac{dT}{dr} \Big|_{r=r_1} = 0 \rightarrow T(r) = T_1 \quad \forall r$$

$$R_{\text{base}} = \frac{\ln(\lambda_1/\lambda_2 \rightarrow 0)}{2\pi L \lambda_1} \rightarrow \infty \rightarrow Q_0 = \frac{T(r_1) - T_1}{R_{\text{base}}} = 0 \rightarrow T$$

$$b) \quad Q = Q_\infty = 2\pi \lambda_2 L (T_2 - T_\infty)$$

$$Q = 25,1 \text{ W}$$

$$c) \quad Q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{\ln \lambda_2/\lambda_1}{2\pi L \lambda_2}}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{2\pi L \lambda_2}{\ln \lambda_2/\lambda_1} (T_1 - T_2) \Rightarrow T_1 = T_2 + \frac{\ln(\lambda_2/\lambda_1)}{2\pi L \lambda_2} Q$$

$$A.P. \quad T_1 = 18,5^\circ\text{C}$$

$$\Rightarrow U = \frac{UA}{2\pi \lambda_1 L} = \frac{Q}{2\pi \lambda_1 L (T_1 - T_2)} = 14$$

### 2)

a)

$$(UA) = \frac{1}{R_{\text{tot}}} = \frac{1}{\frac{\ln \lambda_2/\lambda_1}{2\pi L \lambda_2} + \frac{1}{2\pi \lambda_2 L h}}$$

$$Bi = \frac{U \lambda_1}{\lambda} \approx 0,02 < 0,1 \Rightarrow \text{base isotherme}$$

### b) Bilan:

$$\rho_1 c_{p1} (\pi r_1^2 L) \frac{dT}{dt} = U (2\pi \lambda_1 L) (T_\infty - T)$$

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_1 - T_\infty} = \frac{2U}{\rho_1 c_{p1} (\pi r_1^2 L)} t \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = -m\theta$$

$$\theta(t=0) = T_1 - T_\infty = T_1 - T_\infty = 18,5 - 5 = 13,5^\circ\text{C}$$

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_1 - T_\infty} = e^{-\frac{2U}{\rho_1 c_{p1} (\pi r_1^2 L)} t} = \exp\left(-\frac{2U}{\rho_1 c_{p1} \lambda_1} t\right)$$

la durée

$$t_1 = -\frac{\rho_1 c_{p1} \lambda_1}{2U} \ln \frac{T_1 - T_\infty}{T_1 - T_\infty}$$

A.P.

$$t_1 = \frac{(8000)(100)(0,02)}{2(14,8)} \ln \frac{10 - 5}{18,5 - 5} = 2147,3 \approx 35,8 \text{ min}$$



Exercice 2 au chpts.

1)  $Re_D = \frac{\rho u_m D}{\mu} = \frac{\rho u_m D}{\mu} = \frac{4 \text{ m}}{\pi \mu D}$   $T_m(0)$   $\downarrow q_p = \text{cte}$

$\dot{m} = \rho u_m \frac{\pi D^2}{4}$   $\Rightarrow Re_D = 635 \rightarrow \text{Régime laminaire}$

$(x_{2,c})_{\text{lam}} \approx 0,05 D Re_D = 0,4 \text{ m}$   $\Rightarrow \text{zone cinématique établie}$

$(x_{2,t})_{\text{lam}} \approx 0,05 D Re_D Pr = 4 \text{ m} < L$   $\Rightarrow \text{zone thermique établie}$

2)  $q_p = \dot{m} c_p (T_m(L) - T_m(0)) = \left( \rho u_m \frac{\pi D^2}{4} \right) c_p (T_m(L) - T_m(0)) \Rightarrow q_p = \frac{\dot{m} c_p}{\pi D L} (T_m(L) - T_m(0))$

A.N  $q_p = 6350 \text{ W/m}^2$

3)  $\text{En } x=L$ , l'écoulement est laminaire établi  $\Rightarrow Nu_D = 4,36/0,5$   
donc le coefficient de convection local est:

$h = \frac{\lambda Nu_D}{D} = 164,8 \text{ W/m}^2\text{K}$

En  $x=L$ ,  $q_p = h (T_p(L) - T_m(L))$ ; d'où

$T_p(L) = T_m(L) + \frac{q_p}{h}$

A.N

$T_p(L) = 113,5^\circ\text{C}$



Université Cadi Ayyad  
Faculté des Sciences Semlalia  
Département de Physique

Le 19 Juin 2008

Filière EEI - S4  
Contrôle no 2 - Transferts Thermiques

**Question d'ordre général**

L'air dans un champ de pesanteur et soumis à un chauffage voit sa densité diminuer. Cette diminution de la densité pourrait être à l'origine des mouvements engendrés par convection naturelle. Si on suppose que l'air est placé dans une cavité carrée, isolée partout sauf sur sa paroi supérieure horizontale qui est soumise à une température  $T_p$  fixe et supérieure à la température initiale  $T_0$  de l'air. Est-ce que les mouvements convectifs auront lieu dans ce cas ? Si oui, dans quel sens ? Argumenter votre réponse.

**Exercice 1**

On considère un tube de diamètre  $D = 6$  cm, soumis à un flux de chaleur uniforme dont la densité est  $q = 1000 \text{ W/m}^2$ . On admet que l'eau circule à un débit  $\dot{m} = 0.01 \text{ kg/s}$  et sa température moyenne à l'entrée est  $T_{m,e} = 20^\circ\text{C}$ .

On rappelle que pour un écoulement laminaire ( $Re_D = \frac{UD}{\nu} \leq 2300$ ),  $Nu_D = \frac{hD}{\lambda} = 4.36$ .

1- Trouver la longueur  $L$  du tube requise pour atteindre une température moyenne de sortie  $T_{m,s} = 80^\circ\text{C}$ .

2- Calculer  $Re_D$  en fonction de  $\mu$ ,  $\dot{m}$  et  $D$  et déduire sa valeur numérique.

3- Calculer le coefficient de transfert  $h$  à la sortie du canal. Justifier l'expression utilisée pour le calcul de  $h$ .

4- Utiliser la loi de Newton et calculer la température  $T_{s,s}$  de surface à la sortie du tube.

On remplace maintenant le tube précédent par un tube épais de diamètre interne  $D_i = 6$  cm et de diamètre externe  $D_e = 9$  cm. On suppose que la densité du flux imposé au niveau de la surface externe du tube est  $q_e = 1000 \text{ W/m}^2$ .

5- Trouver la densité de flux  $q_i$  récupérée au niveau de la surface interne du tube.

6- Calculer à nouveau la longueur  $L$  du tube requise pour atteindre la température moyenne  $T_{m,s} = 80^\circ\text{C}$ .

Données : A  $T_{m,s} = 80^\circ\text{C}$ , on donne  $\lambda = 0.67 \text{ W/m.K}$ ,  $\mu = 352 \times 10^{-6} \text{ N.s/m}^2$  et  $Pr = 2.2$ .

**Exercice 2**

On utilise un système de chauffage électrique pour faire passer la température de l'eau de  $T_{m,e} = 20^\circ\text{C}$  (température moyenne à l'entrée) à  $T_{m,s} = 60^\circ\text{C}$  (température moyenne de sortie). Ce système consiste à faire circuler le fluide dans un tube épais dont les diamètres interne et externe sont respectivement de 30 mm et 40 mm. Un chauffage électrique de la partie épaisse du tuyau procure une génération interne de la chaleur à un taux  $g = 10^6 \text{ W/m}^3$ . On suppose que 10 % de la chaleur générée est perdue à travers la surface externe du tube et la répartition de la chaleur au niveau des surfaces externe et interne est uniforme.

1- Calculer les densités de flux  $q_e$  et  $q_i$  sur les surfaces externe et interne du tube.

2- Si le débit massique de l'eau est  $\dot{m} = 0.1 \text{ kg/s}$ , quelle devrait être la longueur du tuyau pour atteindre la température moyenne de sortie désirée ?

3- Trouver le coefficient local,  $h$ , de transfert de chaleur par convection à la sortie si la surface interne du tube à la sortie est à la température  $T_{s,s} = 70^\circ\text{C}$ .

Données :  $C_p = 4180 \text{ J/kg.K}$

$$q = h A_s \Delta T$$

$$A = \pi D_i L$$

$$q_i \pi D_i L = \dot{m} C_p (T_{m,s} - T_{m,e})$$

$$q_e \pi D_e L = \dot{m} C_p (T_{m,s} - T_{m,e})$$

$$q_i = 1800 \text{ W/m}^2$$

$$q_e = q_i = \frac{D_i}{D_e} q_i$$

$$q_e = q_i \frac{D_i}{D_e}$$



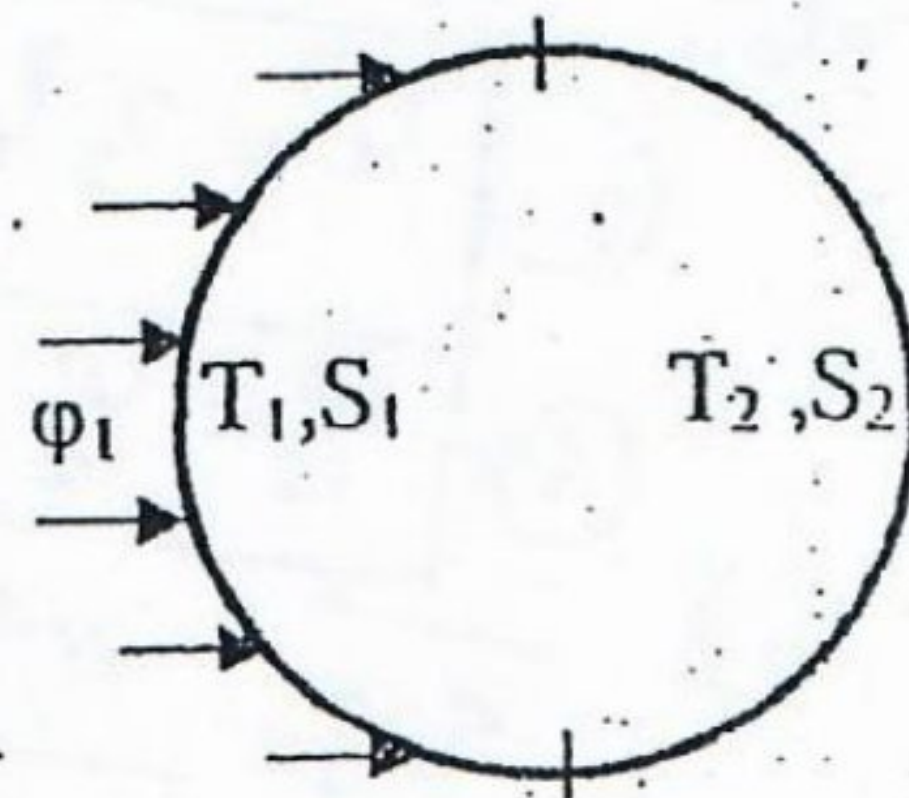
Département de Physique, Filière SMP (S5)  
Contrôle N° 2 - Transferts Thermiques (1h30)

N.B.: - Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

**Exercice 1**

Un tube de longueur infinie de surface intérieure  $S$  a la moitié  $S_1=S/2$  soumise à une densité de flux constant  $\phi_1=200\text{W/m}^2$  alors que l'autre moitié  $S_2=S_1$  est maintenue à une température constante  $T_2=400\text{K}$  (voir figure). La surface du tube  $S$  ( $S=S_1+S_2$ ) est grise et diffusante d'émissivité  $\epsilon=0.8$ . Dans ce problème, on ne considère que les échanges radiatifs entre  $S_1$  et  $S_2$ . La constante de Stefan-Boltzmann est  $\sigma=5,67.10^{-8}\text{W/m}^2\text{K}^4$ .

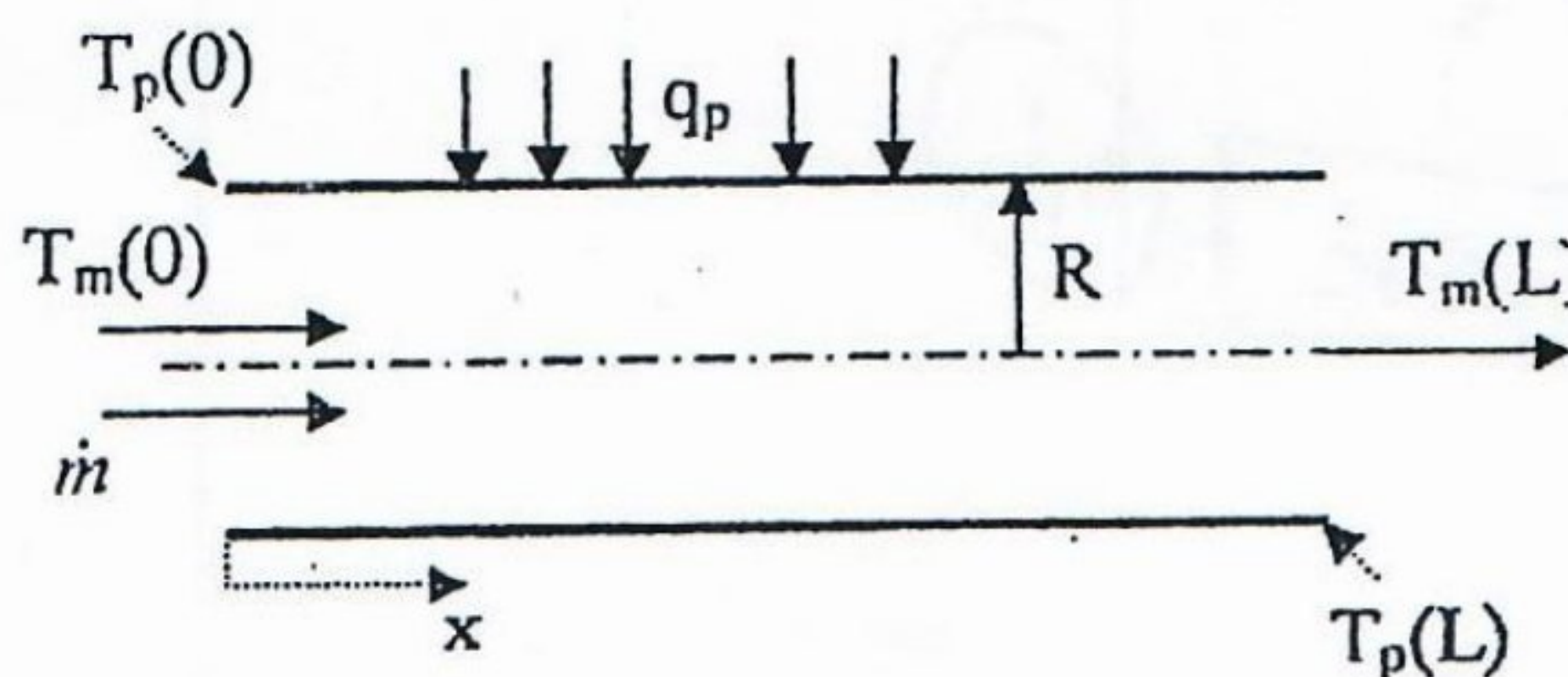
1. Montrer brièvement que le facteur de forme entre  $S_1$  et  $S_2$  est  $F_{12}=2/\pi$ .  
En déduire les autres facteurs ( $F_{11}$ ,  $F_{22}$  et  $F_{21}$ ).
2. En utilisant l'analogie électrique, déterminer :
  - a- La température  $T_1$  et la densité du flux radiatif reçu par  $S_2$ .
  - b- Les radiosités  $J_1$  et  $J_2$  respectivement des surfaces  $S_1$  et  $S_2$ .
3. En utilisant uniquement  $J_1$  et  $J_2$ , calculer les éclaircissements  $E_1$  et  $E_2$  respectivement des surfaces  $S_1$  et  $S_2$ .
4. Retrouver  $T_1$  à partir de la définition de la radiosité  $J_1$ .



**Exercice 2**

L'air entre dans un tube, de longueur  $L=3\text{m}$  et de diamètre  $D=0,05\text{m}$ , avec une température  $T_m(0)=20^\circ\text{C}$  et un débit massique  $\dot{m}=0,005\text{kg/s}$ . Le tube est soumis à une densité de flux  $q_p(x)=a.x$ , avec  $a=500\text{W/m}^3$ , et les conditions sont supposées établies tout au long du tube avec un coefficient convectif constant  $h=25\text{W/m}^2\text{K}$ . La chaleur spécifique de l'air est  $C_p=1008\text{J/kgK}$ .

1. Déterminer l'expression de la température moyenne du fluide  $T_m(x)$  et de celle de la paroi du tube  $T_p(x)$ .
2. En déduire les températures  $T_m(L)$ ,  $T_p(x=0)$  et  $T_p(x=L)$ .



2,21  
5022



Exercice 1 / 13

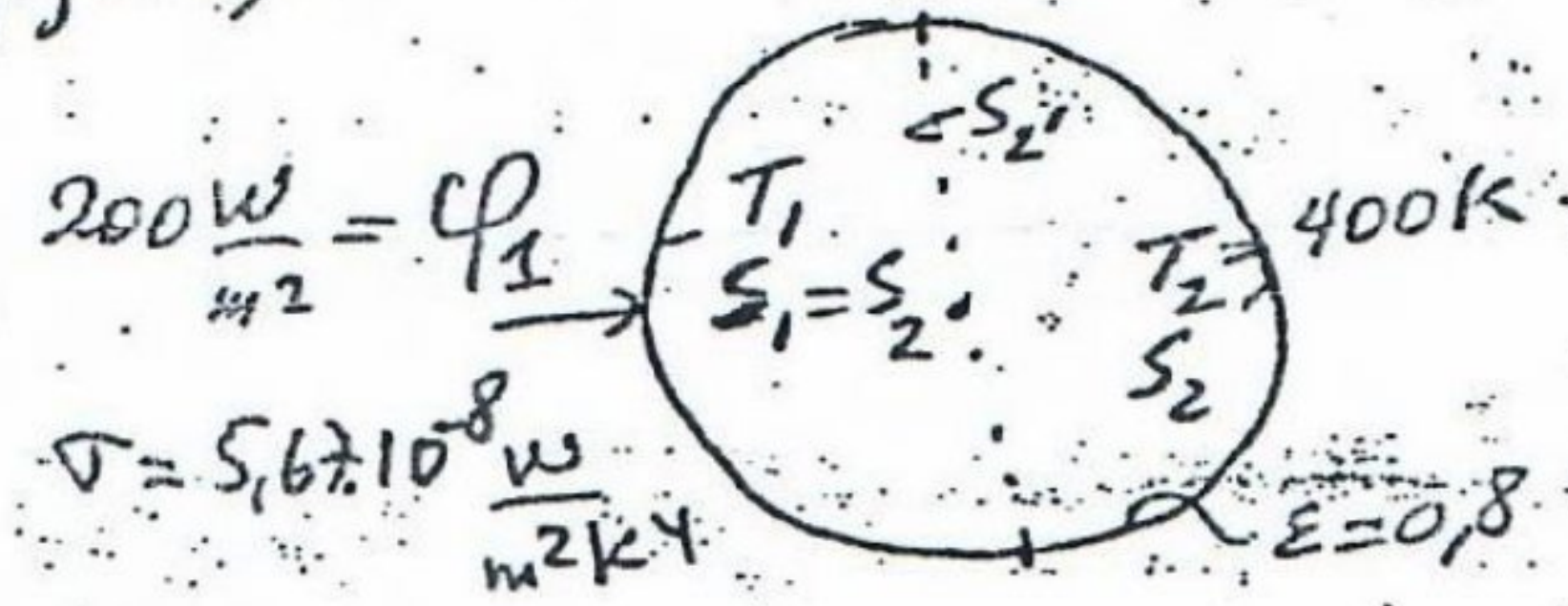
1)  $F_{12} = F_{21}$  ;  $S_2$  est la surface plane (voir figure).

or  $S_1 F_{12} = S_1 F_{21} = S_2 F_{21} = S_2$

①  $\Rightarrow F_{12} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{DL}{\pi \frac{D^2}{4}} = \frac{2}{\pi}$

0,5  $F_{21} = F_{12} = \frac{2}{\pi} \quad 0,637$

0,5  $F_{11} = F_{22} = 1 - F_{12} = \frac{\pi - 2}{\pi} \quad 0,363$



2) a)  $S_1 \varphi_1 = \frac{H_1^0 - H_2^0}{\frac{1-\epsilon}{S_1 \epsilon} + \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1-\epsilon}{S_2 \epsilon}} = \frac{S_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{2 \frac{1-\epsilon}{\epsilon} + \frac{1}{F_{12}}}$

D'où ①  $T_1^4 = T_2^4 + \frac{\varphi_1}{\sigma} \left( 2 \frac{1-\epsilon}{\epsilon} + \frac{1}{F_{12}} \right)$

①  $\varphi_2 = \varphi_1 = 200 \text{ W/m}^2$

b)  $S_1 \varphi_1 = \frac{H_1^0 - J_1}{\frac{1-\epsilon}{S_1 \epsilon}} \Rightarrow J_1 = H_1^0 - \frac{1-\epsilon}{\epsilon} \varphi_1 = \sigma T_1^4 - \frac{1-\epsilon}{\epsilon} \varphi_1$

$S_1 \varphi_1 = \frac{J_2 - H_2^0}{\frac{1-\epsilon}{S_2 \epsilon}} \Rightarrow J_2 = H_2^0 + \frac{1-\epsilon}{\epsilon} \varphi_1 = \sigma T_2^4 + \frac{1-\epsilon}{\epsilon} \varphi_1$

A.N.  $T_1 = 425,9 \text{ K}$  0,5

① A.N.  $J_1 = 1815,7 \text{ W/m}^2$  0,5

① A.N.  $J_2 = 1501,5 \text{ W/m}^2$  0,5

3)  $E_1 = \sum_{j=1}^2 F_{1j} J_j = F_{11} J_1 + F_{12} J_2$  1,5

$E_2 = \sum_{j=1}^2 F_{2j} J_j = F_{21} J_1 + F_{22} J_2$  1,5

A.N.  $E_1 = 1615,7 \text{ W/m}^2$  0,5  
A.N.  $E_2 = 1710,5 \text{ W/m}^2$  0,5

4) la définition de la radiosité :

$J_1 = E_1 H_1^0 + \rho_1 E_1 = \epsilon \sigma T_1^4 + (1-\epsilon) E_1$

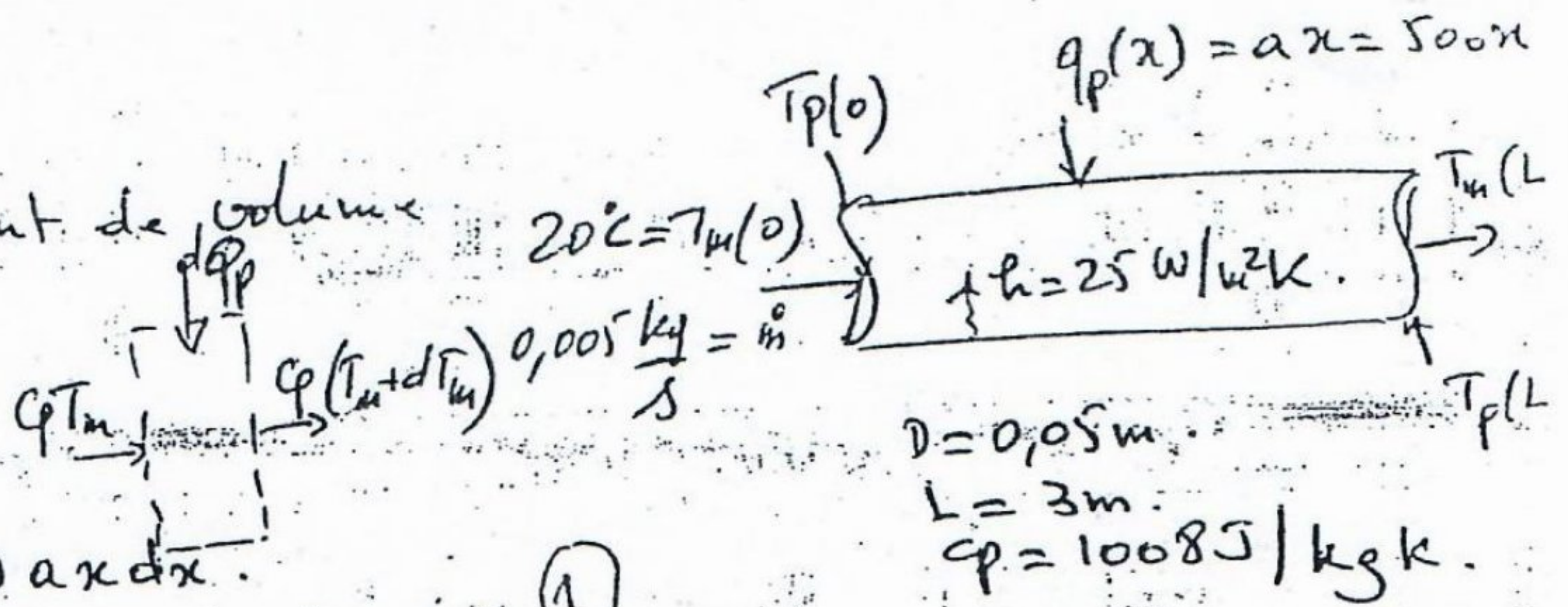
D'où  $T_1^4 = \frac{1}{\epsilon \sigma} (J_1 - (1-\epsilon) E_1)$  1

A.N.  $T_1 = 425,9 \text{ K}$  0,5



Exercice 2 (7)

1) On lance un élément de volume fluide :



$$dQ_p = q_p(x) \pi D dx = \pi D a x dx$$

$$= \dot{m} c_p (T_m + dT_m - T_m) = \dot{m} c_p dT_m(x) \quad (1)$$

D'où

$$\frac{dT_m(x)}{dx} = \frac{\pi D}{\dot{m} c_p} a x \rightarrow T_m(x) = T_m(0) + \frac{1}{2} \frac{\pi D}{\dot{m} c_p} a x^2 \quad (1.5)$$

$$q_p(x) = h (T_p(x) - T_m(x)) \rightarrow T_p(x) = T_m(x) + \frac{ax}{h}$$

$$= T_m(0) + \frac{ax}{h} + \frac{1}{2} \frac{\pi D}{\dot{m} c_p} a x^2 \quad (1)$$

2) D'après les relations précédentes :

$$T_m(L) = T_m(0) + \frac{1}{2} \frac{\pi D}{\dot{m} c_p} a L^2 \quad (0.5)$$

A.N. :  $T_m(L) = 90.1^\circ\text{C} \quad (0.5)$

$$T_p(0) = T_m(0) \quad (0.5)$$

A.N. :  $T_p(0) = 20^\circ\text{C} \quad (0.5)$

$$T_p(L) = T_m(L) + \frac{aL}{h}$$

$$= T_m(0) + \frac{aL}{h} + \frac{1}{2} \frac{\pi D}{\dot{m} c_p} a L^2 \quad (0.5)$$

A.N. :  $T_p(L) = 150.1^\circ\text{C} \quad (0.5)$



Département de Physique, Filière SMP (S5)  
Rattrapage - Transferts Thermiques (1h30)

N.B.: - Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

Exercice 1

Un chauffage électrique très mince, de puissance  $Q$ , est inséré entre une barre en acier, de longueur  $L=1\text{m}$  et de rayon  $r_1=0,02\text{m}$ , et un tube en plastique de rayons interne et externe  $r_1$  et  $r_2=0,04\text{m}$ . La surface externe du tube échange de la chaleur avec le milieu ambiant, à une température  $T_\infty=5^\circ\text{C}$ , avec un coefficient  $h=10\text{W/m}^2\text{K}$ . La résistance thermique entre la surface de la barre et celle interne du tube est négligeable. La conductivité thermique du tube est  $\lambda_2=0,8\text{W/mK}$  et celle de la barre est  $\lambda_1=15\text{W/mK}$  alors que sa masse volumique est  $\rho_1=8000\text{kg/m}^3$  et sa chaleur spécifique est  $c_{p1}=400\text{J/kgK}$ .

1. En régime permanent :

a) En utilisant l'analogie électrique, donner le circuit traduisant les échanges de chaleur entre la surface de la barre à  $T_1$  et le milieu extérieur à  $T_\infty$ .

b) Démontrer que toute la barre est à  $T_1$  (isotherme).

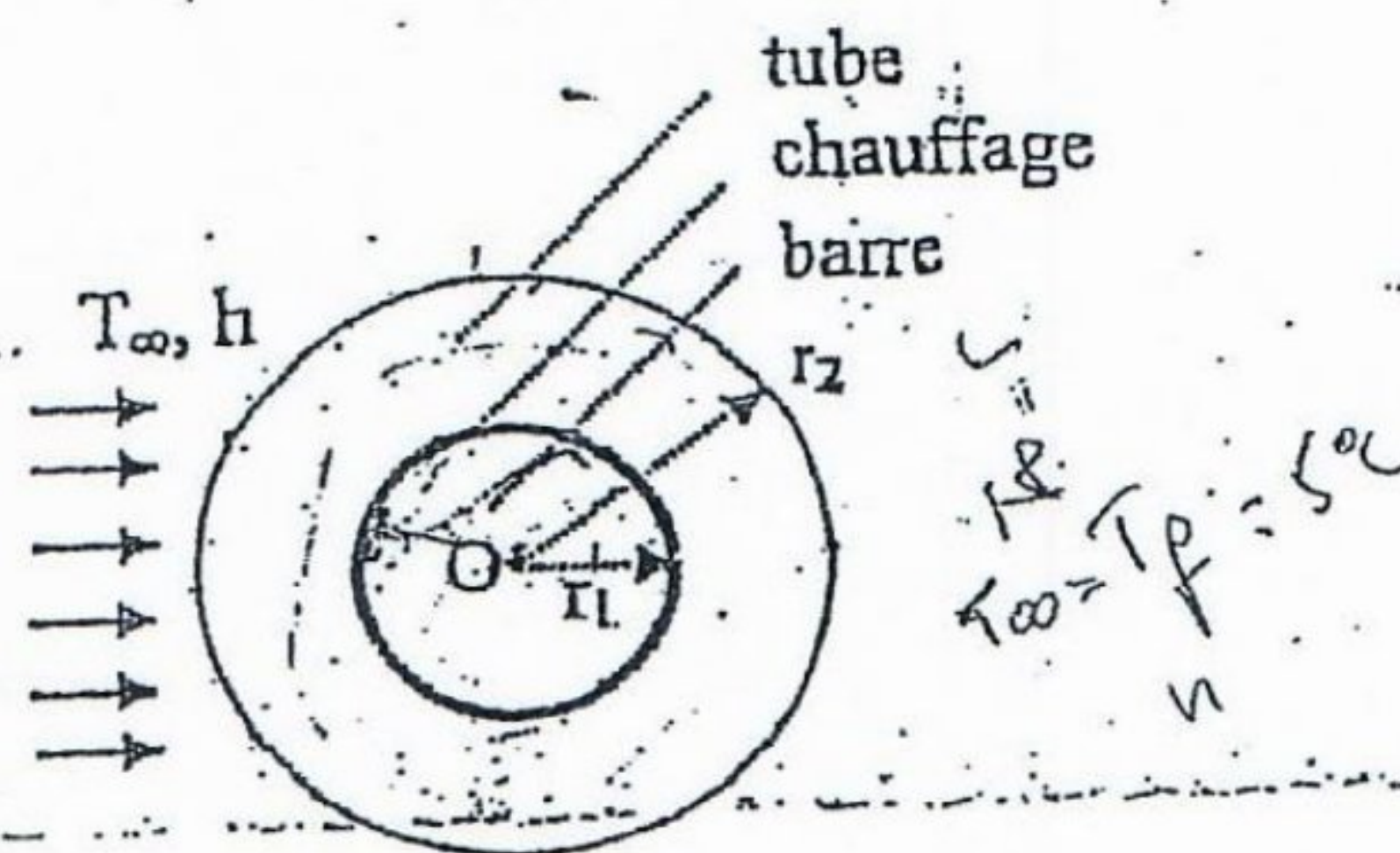
c) Quelle est la puissance électrique  $Q$  nécessaire pour maintenir la température externe du tube à  $T_2=15^\circ\text{C}$ .

d) En déduire la température  $T_1$  de la barre.

2. En un instant  $t=0$ , le chauffage électrique est éteint :

a) Calculer le coefficient d'échange surfacique total  $U$  entre la surface de la barre et le milieu extérieur. En déduire que la barre reste approximativement isotherme.

b) Donner l'expression de la température de la barre en fonction du temps. En déduire la durée  $t_1$  nécessaire pour que la température de la barre chute à  $T_b=20^\circ\text{C}$ .



Exercice 2

Un fluide est chauffé de  $T_m(0)=25^\circ\text{C}$  à  $T_m(L)=75^\circ\text{C}$  lors de son écoulement, avec une vitesse moyenne  $u_m=0,1\text{m/s}$ , dans un tube de longueur  $L=10\text{m}$  et de diamètre  $D=12,7\text{mm}$ . Le tube très mince est soumis à une densité de flux uniforme  $q_p(\text{W/m}^2)$ . Les propriétés du fluide sont  $\rho=1000\text{kg/m}^3$ ,  $c_p=4000\text{J/kg.K}$ ,  $\mu=2,1 \cdot 10^{-3}\text{kg/s.m}$ ,  $\lambda=0,48\text{W/m.K}$  et le nombre de Prandtl  $\text{Pr}=10$ .

1. Préciser la nature de l'écoulement et montrer qu'à la sortie du tube ( $x=L$ ) on est en zones établies.
2. Calculer  $q_p$ .
3. Déterminer le coefficient de convection local en  $x=L$ . En déduire la température  $T_p(L)$  du tube en  $x=L$ .



# Transferts Thermiques Rattrapage (1h30)

AV 05/

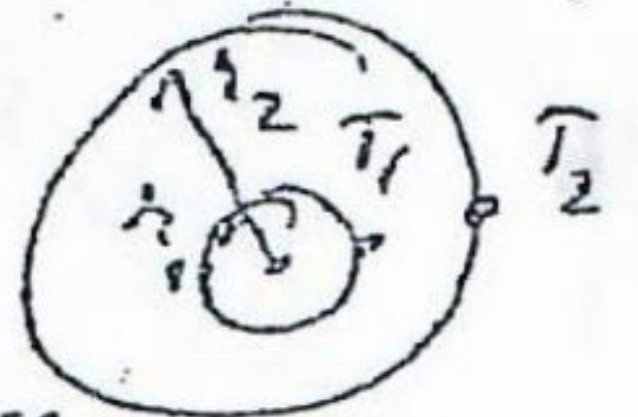
## Exercice 1 :

- $h = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$
- $\lambda_1 = 0,02 \text{ m}$
- $\lambda_2 = 0,04 \text{ m}$

$$T_\infty = 5^\circ\text{C}$$

$$\lambda_1 = 15 \text{ W/mK} \quad \rho_1 = 8000 \text{ kg/m}^3 \quad c_{p1} = 400 \text{ J/kgK}$$

$$\lambda_2 = 0,8 \text{ W/mK}$$



## 1) Régime permanent :

$$Q_0 = 0 \quad \frac{\ln \lambda_2 / \lambda_1}{2\pi L \lambda_2} \quad \frac{1}{2\pi L h \lambda_2}$$

$$\text{Régime permanent} \Rightarrow \frac{dT}{dr} \Big|_{r=0} = \frac{dT}{dr} \Big|_{r=r_1} = 0 \Rightarrow T(r) = T_1 \quad \forall r$$

$$R_{\text{base}} = \frac{\ln(\lambda_1 / \lambda_2 \rightarrow 0)}{2\pi L \lambda_1} \rightarrow \infty \Rightarrow Q_0 = \frac{T(r) - T_1}{R_{\text{base}}} = 0 \Rightarrow T$$

$$b) \quad Q = Q_0 = 2\pi \lambda_2 L h (T_2 - T_\infty)$$

$$Q = 25,1 \text{ W}$$

$$c) \quad Q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{\ln \lambda_2 / \lambda_1}{2\pi L \lambda_2}} \Rightarrow Q = \frac{2\pi L \lambda_2 (T_1 - T_2)}{\ln \lambda_2 / \lambda_1} \Rightarrow T_1 = T_2 + \frac{\ln(\lambda_2 / \lambda_1)}{2\pi L \lambda_2}$$

$$\text{A.N.} \quad T_1 = 18,5^\circ\text{C}$$

$$2) \quad (UA) = \frac{1}{R_{\text{tot}}} = \frac{1}{\frac{\ln \lambda_2 / \lambda_1}{2\pi L \lambda_2} + \frac{1}{2\pi \lambda_2 L h}} \Rightarrow U = \frac{(UA)}{2\pi \lambda_1 L} = \frac{Q}{2\pi \lambda_1 L (T_1 - T_\infty)} = 14$$

$$Bi = \frac{U \lambda_1}{\lambda} \approx 0,02 < 0,1 \Rightarrow \text{base isotherme}$$

$$b) \text{ Bilan : } \rho_1 c_{p1} (\pi r_1^2 L) \frac{dT}{dt} = U (2\pi \lambda_1 L) (T_\infty - T)$$

$$\theta = T - T_\infty \quad m = \frac{U (2\pi \lambda_1 L)}{\rho_1 c_{p1} (\pi r_1^2 L)} = \frac{2U}{\rho_1 c_{p1} \lambda_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\theta}{dt} = -m\theta$$

$$\theta(t=0) = T_1 - T_\infty = T_1 - T_\infty = 18,5 - 5 = 13,5^\circ\text{C}$$

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_1 - T_\infty} = e^{-mt} = \exp\left(-\frac{2U}{\rho_1 c_{p1} \lambda_1} t\right)$$

la durée

$$t_1 = -\frac{\rho_1 c_{p1} \lambda_1}{2U} \ln \frac{T_1 - T_\infty}{T_1 - T_\infty}$$

A.N

$$t_1 = -\frac{(8000)(400)(0,02)}{2(14,3)} \ln \frac{10-5}{18,5-5} = 2147,3 \approx 35,8 \text{ min}$$



Exercice 2 10 points.

1)  $Re_D = \frac{u_m D}{\nu} = \frac{\rho u_m D}{\mu} = \frac{4 \text{ m}}{\pi \mu D}$   $\Rightarrow Re_D = 635 \rightarrow$  régime laminaire  $(0,5)$

$\dot{m} = \rho u_m \frac{\pi D^2}{4}$

$(x_{z,c})_{lam} \approx 0,05 D Re_D = 0,4 \text{ m} < L \Rightarrow$  zone cinématique établie en  $(0,5)$

$(x_{z,t})_{lam} \approx 0,05 D Re_D Pr = 4 \text{ m} < L \Rightarrow$  zone thermique établie en  $(0,5)$

2)  $\dot{q}_p = \dot{m} c_p (T_m(L) - T_m(0)) = \left( \rho u_m \frac{\pi D^2}{4} \right) c_p (T_m(L) - T_m(0)) \Rightarrow \dot{q}_p = \frac{\dot{m} c_p}{\pi D L} (T_m(L) - T_m(0))$

A.N.  $\dot{q}_p = 6350 \text{ W/m}^2$

3) en  $x=L$ , l'écoulement est laminaire établi  $\Rightarrow Nu_D = 4,36/0,5$   
donc le coefficient de convection local est:

$h = \frac{\lambda Nu_D}{D} = 164,8 \text{ W/m}^2\text{K}$   $(0,5)$

En  $x=L$ ,  $\dot{q}_p = h (T_p(L) - T_m(L))$ ; d'où

$T_p(L) = T_m(L) + \frac{\dot{q}_p}{h}$

A.N

$T_p(L) = 113,5^\circ\text{C}$   $(0,5)$



### Exercice 1

N.B.: - Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

Une petite surface opaque maintenue à la température  $T=1000\text{K}$  est exposée au rayonnement émis par un large environnement à  $T_0=1500\text{K}$  qui se comporte comme un corps noir. La surface est diffusante et d'émissivité monochromatique :

$$\lambda \leq \lambda_1 = 6\text{ }\mu\text{m} \rightarrow \varepsilon_{\lambda,1} = 0,8$$

$$\lambda > \lambda_1 \rightarrow \varepsilon_{\lambda,2} = 0,3$$

La constante de Stefan-Boltzmann,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ .

$$P_{\text{net(perdi)}} = J_1 - E_1$$

1. Calculer l'émissivité, l'absorptivité et la réflectivité totales hémisphériques de la surface (voir le tableau des fractions  $f_{0-\lambda}$  de l'émittance d'un corps noir).
2. Déterminer l'éclairement et la radiosité totales de la surface.
3. Donner le flux radiatif surfacique net reçu par la surface.

$\lambda T$ $\mu\text{m.K}$	$f_{0-\lambda}$	$\lambda T$ $\mu\text{m.K}$	$f_{0-\lambda}$	$\lambda T$ $\mu\text{m.K}$	$f_{0-\lambda}$
3000	0.273	5000	0.639	8000	0.856
3200	0.318	5200	0.658	8500	0.875
4000	0.481	6000	0.738	9000	0.890

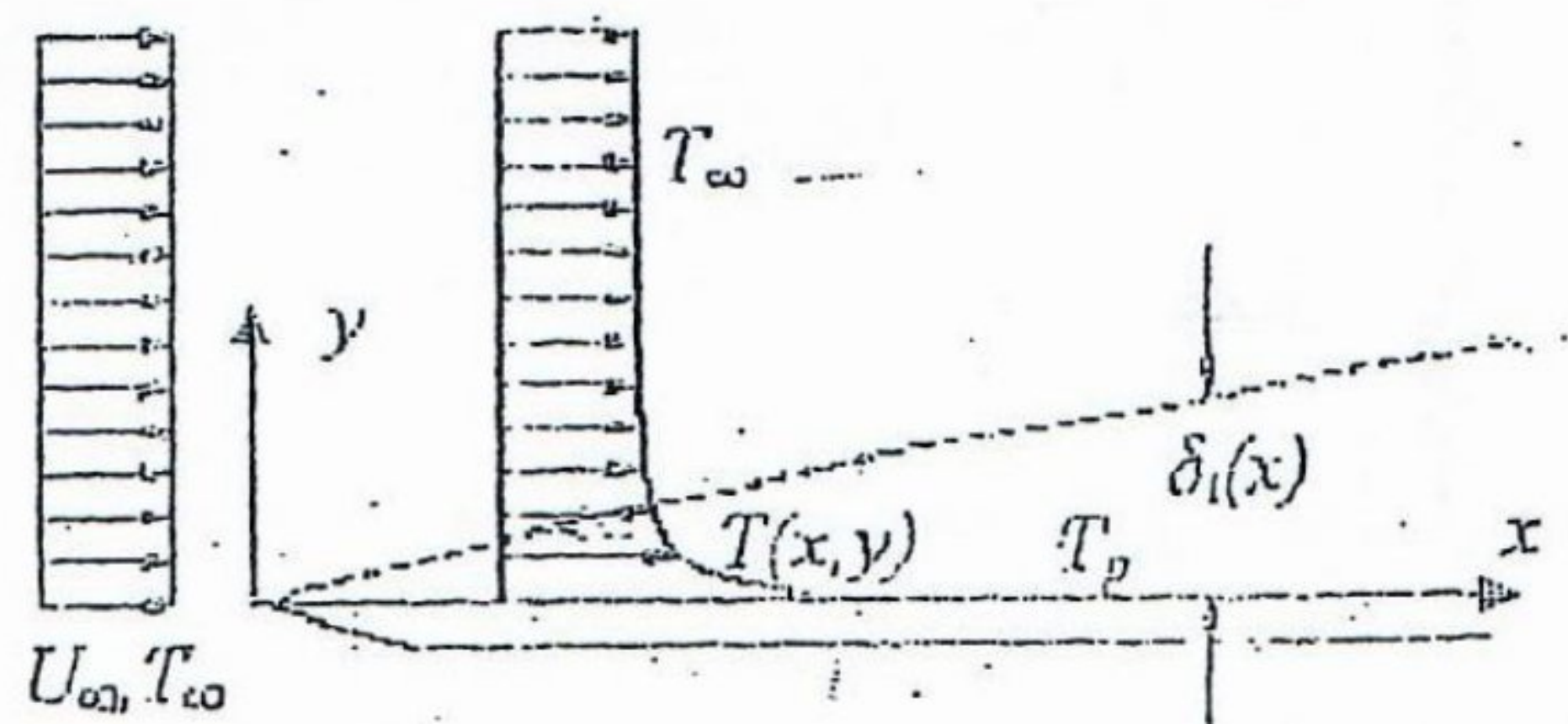
### Exercice 2

Un fluide de température  $T_\infty$  et de vitesse  $U_\infty$  est en écoulement sur une plaque plane isotherme à  $T_p$  et de longueur  $L$  (voir figure). En régime laminaire, la distribution de température  $T(x,y)$  dans la couche limite thermique d'épaisseur  $\delta_t(x)$  peut être approximée par :

$$\frac{T(x,y) - T_p}{T_\infty - T_p} = 2 \frac{y}{\delta_t(x)} - \left[ \frac{y}{\delta_t(x)} \right]^2 \quad \text{avec} \quad \delta_t(x) = \frac{6x}{Re_x^{1/2} Pr^{1/3}}$$

où  $Re_x$  et  $Pr$  sont respectivement les nombres de Reynolds et de Prandtl. L'axe  $y$  est perpendiculaire à la plaque. Le fluide est de conductivité thermique  $\lambda$  et de viscosité cinématique  $\nu$ .

1. Déterminer l'expression du coefficient de convection local  $h(x)$ . En déduire celle du nombre de Nusselt local  $Nu_x$ .
2. Montrer que les coefficients de convection moyen et local sont liés par :  $h_{m,L} = 2 h(L)$ . Ce résultat reste valable pour quelle longueur maximale de la plaque si  $T_\infty = 300^\circ\text{C}$ ,  $U_\infty = 1,5\text{ m/s}$ ,  $T_p = 400^\circ\text{C}$ ,  $Pr = 0,7$ ,  $\lambda = 0,03\text{ W/m}^\circ\text{C}$  et  $\nu = 2 \cdot 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$ .



3. Calculer pour  $L=2\text{ m}$ , le flux convectif  $q'$  (en  $\text{W/m}$ ) reçu par le fluide par unité de largeur de la plaque.



## Exercice 1

$$\lambda \leq \lambda_1 = 6 \mu\text{m} \quad \varepsilon_{\lambda 1} = 0,8$$

$$\lambda > \lambda_1 = 6 \mu\text{m} \quad \varepsilon_{\lambda 2} = 0,3$$

$$T = 1000 \text{ K}$$

$$T_0 = 1500 \text{ K}$$

$$1) \quad \varepsilon = \frac{1}{H^0(T)} \int_0^\infty \varepsilon_\lambda H_\lambda^0(T) d\lambda = \varepsilon_{\lambda 1} \left[ \int_0^{\lambda_1} H_\lambda^0(T) d\lambda / H^0(T) \right] + \varepsilon_{\lambda 2} \left[ \int_{\lambda_1}^\infty H_\lambda^0(T) d\lambda / H^0(T) \right]$$

$$= \varepsilon_{\lambda 1} f_{0-\lambda_1 T} + \varepsilon_{\lambda 2} (1 - f_{0-\lambda_1 T}) = 0,669$$

$$\lambda_1 T = 6 \cdot (1000) = 6000 \mu\text{m K} \rightarrow f_{0-\lambda_1 T} = 0,738$$

$$\alpha = \frac{1}{E} \int_0^\infty \alpha_\lambda E_\lambda d\lambda = \frac{1}{M^0(T_0)} \int_0^\infty \varepsilon_\lambda H_\lambda^0(T_0) d\lambda = \varepsilon_{\lambda 1} f_{0-\lambda_1 T_0} + \varepsilon_{\lambda 2} (1 - f_{0-\lambda_1 T_0})$$

$$\alpha = 0,745$$

$$1 - \alpha = 0,255$$

$$\lambda_1 T_0 = 6 \cdot 1500 = 9000 \rightarrow f_{0-\lambda_1 T_0} = 0,890$$

2) Radiosité totale

$$E = \int_0^\infty E_\lambda d\lambda = \int_0^\infty H_\lambda^0(T_0) d\lambda = H^0(T_0) = \sigma T_0^4 = 287043,8 \text{ W/m}^2$$

$$J = \varepsilon H^0(T) + \rho E = \varepsilon \sigma T^4 + (1 - \alpha) H^0(T_0)$$

$$= \varepsilon \sigma T^4 + (1 - \alpha) \sigma T_0^4 = 111128,5 \text{ W/m}^2 = 111,13 \text{ kW/m}^2$$

3) Flux absorbé moins flux émis = flux net reçu:

$$\varphi = \varphi^a - \varphi^e = \alpha H^0(T_0) - \varepsilon H^0(T) = \alpha \sigma T_0^4 - \varepsilon \sigma T^4 = 175915,3 \text{ W/m}^2$$

$$\approx 175,92 \text{ kW/m}^2$$

ou:

$$\varphi = \int_0^\infty \alpha_\lambda H_\lambda^0(T_0) d\lambda - \int_0^\infty \varepsilon_\lambda H_\lambda^0(T) d\lambda$$

$$= \left\{ \varepsilon_{\lambda 1} f_{0-\lambda_1 T_0} + \varepsilon_{\lambda 2} (1 - f_{0-\lambda_1 T_0}) \right\} \sigma T_0^4 - \left\{ \varepsilon_{\lambda 1} f_{0-\lambda_1 T} + \varepsilon_{\lambda 2} (1 - f_{0-\lambda_1 T}) \right\} \sigma T^4$$

$$= \alpha \sigma T_0^4 - \varepsilon \sigma T^4 = 175,92 \text{ kW/m}^2$$

$$\alpha E = \alpha H^0(T_0)$$



## Exercice 2

$$\bar{\theta}(x,y) = \frac{T - T_p}{T_\infty - T_p} = 2 \frac{y}{\delta_t(x)} - \left[ \frac{y}{\delta_t(x)} \right]^2$$

$$\delta_t(x) = \frac{6x}{Re_x^{1/2} Pr^{1/3}}$$



1) la densité du flux convectif perdu par la plaque est une position  $x$  :

$$q(x) = -\lambda \left. \frac{\partial T(x,y)}{\partial y} \right|_{y=0} = h(x) (T_p - T_\infty)$$

d'où

$$h(x) = -\frac{\lambda}{T_p - T_\infty} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = \lambda \left. \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{2\lambda}{\delta_t(x)}$$

$$h(x) = \frac{1}{3} \frac{\lambda}{x} Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$$

$$Nu_x = \frac{h(x)x}{\lambda}, \text{ d'où}$$

$$Nu_x = \frac{1}{3} Re_x^{1/2} Pr^{1/3} = \frac{2x}{\delta_t(x)}$$

2) le coefficient moyen de convection est

$$\bar{h}_{m,L} = \frac{1}{L} \int_0^L h(x) dx = \frac{1}{L} \frac{1}{3} \lambda Pr^{1/3} \left( \frac{U_\infty}{\nu} \right)^{1/2} \int_0^L \frac{dx}{x^{1/2}} = 2 \left( \frac{1}{3} \frac{\lambda}{L} Re_L^{1/2} Pr^{1/3} \right)$$

$$\bar{h}_{m,L} = 2 h(L)$$

$$Q = L \times q' = \bar{h}_{m,L} (L) (T_p - T_\infty) = 2 h(L) L (T_p - T_\infty)$$

$$h(L) = \frac{1}{3} \frac{\lambda}{L} \left( \frac{U_\infty L}{\nu} \right)^{1/2} Pr^{1/3} = \frac{1}{3} \frac{0,03}{1} \left( \frac{915}{210^{-5}} \right)^{1/2} (0,7)^{1/3} = 1,72$$

$Re_L = 1,5 \cdot 10^5$

$$Q = 2 (1,72) (2) (400 - 300) = 687,8 \text{ W/m}$$

$$\bar{h}_{m,L} = 2 h(L)$$

3) Ecoulement laminaire si,  $Re_x < Re_{xc} = \frac{U_\infty x_c}{\nu} = 5 \cdot 10^5$

→ longueur maximale égale :

$$(L_{max}) = \frac{\nu}{U_\infty} Re_{xc} = \frac{210^{-5}}{1,5} \cdot 5 \cdot 10^5 = 6,67 \text{ m}$$



Exercice 2 pu CBPTS.

1)  $Re_D = \frac{u_m D}{\nu} = \frac{\rho u_m D}{\mu} = \frac{4 \dot{m}}{\pi \mu D} \Rightarrow Re_D = 635 \rightarrow$  Régime laminaire (0,5)

$\dot{m} = \rho u_m \frac{\pi D^2}{4}$

(0,5)  $(x_{z,c})_{lam} \approx 0,05 D Re_D = 0,4 m < L \Rightarrow$  zone cinématique établie en

(0,5)  $(x_{z,t})_{lam} \approx 0,05 D Re_D Pr = 4 m < L \Rightarrow$  zone thermique établie en

2)  $q_p = \dot{m} c_p (T_m(L) - T_m(0)) = \left( \rho u_m \frac{\pi D^2}{4} \right) c_p (T_m(L) - T_m(0)) \Rightarrow q_p = \frac{\dot{m} c_p}{\pi D L} (T_m(L) - T_m(0))$

A.N  $q_p = 6350 \text{ W/m}^2$

3) en  $x=L$ , l'écoulement est laminaire établi  $\Rightarrow Nu_D = 4,36/0,5$   
donc le coefficient de convection local est:

$h = \frac{\lambda Nu_D}{D} = 164,8 \text{ W/m}^2\text{K}$  (0,1')

En  $x=L$ ,  $q_p = h (T_p(L) - T_m(L))$ ; d'où

(1)  $T_p(L) = T_m(L) + \frac{q_p}{h}$

A.N (0,5)  $T_p(L) = 113,5^\circ\text{C}$



## Exercice 2 au CBPS.

$$1) \quad Re_D = \frac{u_m D}{\nu} = \frac{\rho u_m D}{\mu} = \frac{4 \dot{m}}{\pi \mu D}$$

$$\dot{m} = \rho u_m \frac{\pi D^2}{4}$$

$$\Rightarrow Re_D = 635 \rightarrow \text{Régime laminaire} \quad (0,5)$$

$$(0,5) \quad (x_{z,c})_{lam} \approx 0,05 D Re_D = 0,4 m \quad L \Rightarrow \text{zone cinématique établie en}$$

$$(0,5) \quad (x_{z,t})_{lam} \approx 0,05 D Re_D Pr = 4 m < L \Rightarrow \text{zone thermique établie en}$$

$$2) \quad \dot{Q}_p = \dot{m} c_p (T_m(L) - T_m(0)) = \left( \rho u_m \frac{\pi D^2}{4} \right) c_p (T_m(L) - T_m(0)) \Rightarrow \dot{Q}_p = \frac{\dot{m} c_p}{\pi D L} (T_m(L) - T_m(0))$$

$$A.N. \quad \dot{Q}_p = 6350 \text{ W/m}^2$$

$$3) \quad \text{en } x=L, \text{ l'écoulement est laminaire établi} \Rightarrow Nu_D = 4,36/0,5$$

donc le coefficient de convection local est :

$$h = \frac{\lambda Nu_D}{D} = 164,8 \text{ W/m}^2 \text{K} \quad (0,5)$$

$$\text{En } x=L, \quad \dot{Q}_p = h (T_p(L) - T_m(L)); \text{ d'où}$$

$$(1) \quad T_p(L) = T_m(L) + \frac{\dot{Q}_p}{h}$$

A.N

$$(0,5) \quad T_p(L) = 113,5^\circ \text{C}$$



# Transferts Thermiques Rattrapage (1430)

AV 05/

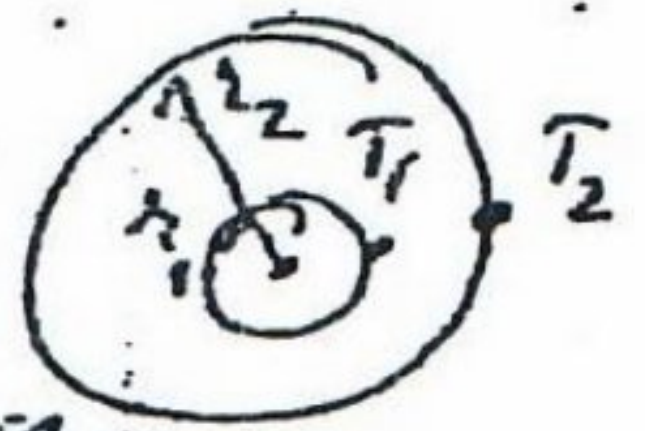
## Exercice 1 :

- $h = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$
- $\lambda_1 = 0,02 \text{ m}$
- $\lambda_2 = 0,04 \text{ m}$

$$T_\infty = 5^\circ\text{C}$$

$$\lambda_1 = 15 \text{ W/mK} \quad \rho_1 = 8000 \text{ kg/m}^3 \quad c_{p1} = 400 \text{ J/kgK}$$

$$\lambda_2 = 0,8 \text{ W/mK}$$



## 1) Régime permanent :

a)

$$Q_0 = \frac{2\pi L h (T_1 - T_\infty)}{\frac{\lambda_2}{r_2} + \frac{\lambda_1}{r_1} + \frac{1}{h}}$$

$$\text{Régime permanent} \Rightarrow \frac{dT}{dr} \Big|_{r=r_1} = \frac{dT}{dr} \Big|_{r=r_2} = 0 \Rightarrow T(r) = T_1 \quad \forall r$$

$$R_{\text{therm}} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L \lambda_1} \rightarrow \infty \Rightarrow Q_0 = \frac{T(r_2) - T_1}{R_{\text{therm}}} = 0 \Rightarrow T$$

b)

$$Q = Q_0 = 2\pi \lambda_2 L h (T_2 - T_\infty)$$

$$Q = 25,1 \text{ W}$$

c)

$$Q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L \lambda_1} + \frac{1}{2\pi L h}} \Rightarrow Q = \frac{2\pi L \lambda_2 (T_1 - T_2)}{\ln(r_2/r_1)} \Rightarrow T_1 = T_2 + \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L \lambda_2} Q$$

A.N.

$$T_1 = 18,5^\circ\text{C}$$

2)

$$a) (UA) = \frac{1}{R_{\text{tot}}} = \frac{1}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L \lambda_1} + \frac{1}{2\pi L h}} \Rightarrow (U) = \frac{(UA)}{2\pi \lambda_1 L} = \frac{Q}{2\pi \lambda_1 L (T_1 - T_\infty)} = 14$$

b)

$$Bi = \frac{U \lambda_1}{\lambda} \approx 0,02 < 0,1 \Rightarrow \text{bonne isothermie}$$

b) bilan :

$$\rho_1 c_{p1} (\pi \lambda_1^2 L) \frac{dT}{dt} = U (2\pi \lambda_1 L) (T_\infty - T)$$

$$\theta = T - T_\infty \quad m = \frac{U (2\pi \lambda_1 L)}{\rho_1 c_{p1} (\pi \lambda_1^2 L)} = \frac{2U}{\rho_1 c_{p1} \lambda_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\theta}{dt} = -m\theta \quad \theta(t=0) = T_1 - T_\infty = T_1 - T_\infty = 18,5 - 5 = 13,5^\circ\text{C}$$

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_1 - T_\infty} = e^{-mt} = \exp\left(-\frac{2U}{\rho_1 c_{p1} \lambda_1} t\right)$$

la durée

$$t_1 = -\frac{\rho_1 c_{p1} \lambda_1}{2U} \ln \frac{T_2 - T_\infty}{T_1 - T_\infty}$$

A.N

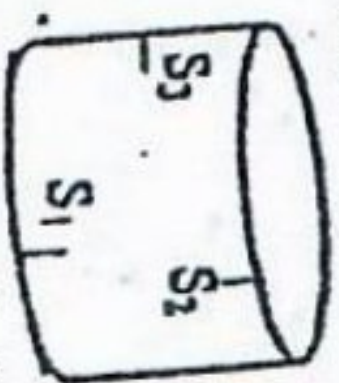
$$t_1 = -\frac{(8000)(100)(0,02)}{2(14,3)} \ln \frac{10 - 5}{18,5 - 5} = 2147 \text{ s} \approx 35,8 \text{ min}$$



### Exercice 1

N.B.: - Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

Dans un four cylindrique, les surfaces de base  $S_1=2\text{m}^2$  et  $S_2=2\text{m}^2$  sont maintenues respectivement aux températures  $T_1=1000\text{K}$  et  $T_2=400\text{K}$ . La surface latérale  $S_3$  est parfaitement isolée de l'extérieur.  $S_1$  et  $S_2$  sont grises et diffusantes d'émissivités  $\epsilon_1=\epsilon_2=0.5$  alors que  $S_3$  est noire ( $\epsilon_3=1$ ). Le facteur de forme entre  $S_1$  et  $S_2$  est  $F_{12}=0.5$  et la constante de Stefan-Boltzmann est  $\sigma=5.67 \cdot 10^{-8}\text{W/m}^2\text{K}^4$ .

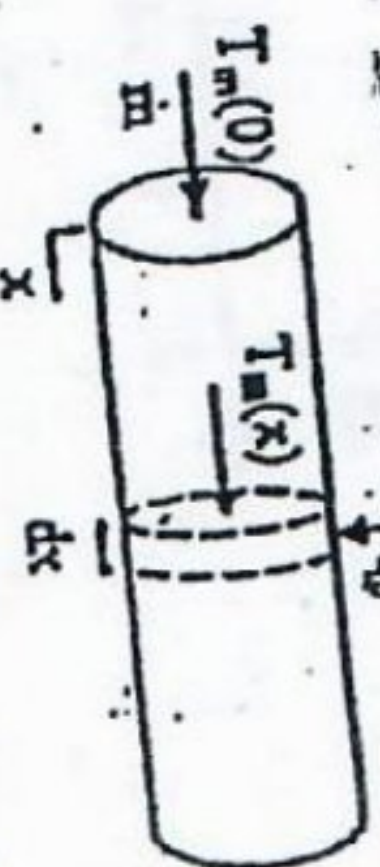


1. Montrer que la résistance radiative au niveau de  $S_1$  est  $[(1-\epsilon_1)/S_1\epsilon_1]$  et que celle géométrique entre  $S_1$  et  $S_2$  est  $[1/(S_1F_{12})]$ . Calculer les facteurs de forme  $F_{12}$  et  $F_{21}$ .
2. En utilisant l'analogie électrique, donner le circuit traduisant les échanges radiatifs dans cette cavité à trois surfaces.
3. Calculer les flux radiatifs  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$  échangés respectivement par  $S_1$  et  $S_2$ .
4. Déterminer les radiosités  $J_1$ ,  $J_2$  et  $J_3$  des trois surfaces. En déduire la température  $T_3$  de  $S_3$ .

### Exercice 2

On considère la convection forcée laminaire dans un tube de diamètre  $D=2R$  dont la paroi est soumise à une densité de flux uniforme  $q_p(\text{W/m}^2)$ . En zones établies, la température adimensionnelle du fluide est donnée par :

$$\bar{\theta}(r) = \frac{T(r, x) - T_p(x)}{T_m(x) - T_p(x)} = \frac{96}{11} \left[ \frac{3}{16} - \frac{r^2}{4R^2} + \frac{r^4}{16R^4} \right]$$



$T_m(x)$  et  $T_p(x)$  sont les températures de mélange du fluide et de la paroi en une section à la distance  $x$  de l'entrée du tube ( $x=0$ ). Le fluide entre au tube avec une température  $T_m(x=0)$  et un débit massique  $\dot{m}$ . Le fluide a une chaleur spécifique  $c_p$ , une masse volumique  $\rho$ , une viscosité cinématique  $\nu$  et une conductivité thermique  $\lambda$ .

1. Donner l'expression du nombre de Reynolds  $Re_p$ . Quel est le débit maximal  $\dot{m}_{max}$  pour que l'écoulement reste laminaire.
2. En zones établies :
  - a) Déterminer les expressions du coefficient de convection local  $h$  et du nombre de Nusselt  $Nu_D$  correspondant.
  - b) En faisant un bilan sur l'élément de volume  $(x, dx)$ , donner l'expression de  $dT_m(x)/dx$ .
  - c) Pour  $q_p=2500\text{W/m}^2$ ,  $D=0.01\text{m}$  et  $\lambda=0.14\text{W/mK}$ , calculer  $T_m(x)$  en une section où  $T_p(x)=400\text{K}$ .

Données :

Exercice 1  
-  $S_1=2\text{m}^2$ ,  $T_1=1000\text{K}$ ,  $\epsilon_1=0.5$   
-  $S_2=2\text{m}^2$ ,  $T_2=400\text{K}$ ,  $\epsilon_2=0.5$   
-  $S_3$  ?  $\epsilon_3=1$   
 $F_{12}=0.5$

$$1) \quad \Phi_1 = \frac{S_1 \epsilon_1}{1 - \epsilon_1} (T_1^4 - J_1) \rightarrow R_{g,12} = \frac{1 - \epsilon_1}{S_1 \epsilon_1}$$

$$\Phi_2 = \frac{S_2 \epsilon_2}{1 - \epsilon_2} (T_2^4 - J_2) \rightarrow R_{g,12} = \frac{1}{S_1 F_{12}}$$

$$F_{12} + F_{13} = 1 \rightarrow F_{13} = 1 - F_{12} = 0.5$$

$$F_{21} + F_{23} = 1 \rightarrow F_{23} = 1 - F_{21} = 0.5$$

$$2) \quad \text{Circuit électrique : } \Phi_1 = 0, \quad \Phi_2 = 0, \quad \Phi_3 = 0$$

$$3) \quad \Phi_1 = \frac{1 - \epsilon_1}{S_1 \epsilon_1} (T_1^4 - J_1) + \frac{1 - \epsilon_1}{S_2 \epsilon_2} (T_2^4 - J_2) + \frac{1 - \epsilon_1}{S_3 \epsilon_3} (T_3^4 - J_3)$$

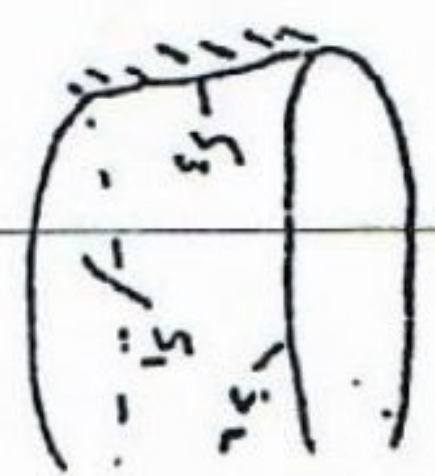
$$4) \quad \Phi_1 = 47355.8\text{W} = 47.36\text{kW}$$

$$\Phi_2 = 47355.8\text{W} = 47.36\text{kW}$$

$$\Phi_3 = 47355.8\text{W} = 47.36\text{kW}$$

$$T_3 = 449.4\text{K}$$

$$T_3 = 449.4\text{K}$$





$$\overline{\theta}(x) = \frac{T(x) - T_p(x)}{T_m(x) - T_p(x)} = \frac{96}{11} \left[ \frac{1}{4} - \frac{\lambda^2}{4R^2} + \frac{24}{11} \right]$$

$$Re_D = \frac{u_m D}{\nu} = \frac{f \lambda_m D}{4 \mu} = \frac{4 \mu}{\pi f D} \Rightarrow \mu < \frac{Re_D \pi D \mu}{4} = \frac{2300 \pi D \mu}{4} = m_{max}$$

$$q_p = \lambda \frac{\partial T(x)}{\partial x} \Big|_{x=R} = \lambda (T_m(x) - T_p(x)) \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x} \Big|_{x=R} = h(x) (T_m(x) - T_p(x))$$

$$h(x) = -\lambda \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x} \Big|_{x=R} = -\lambda \frac{96}{11} \left( \frac{1}{4R} - \frac{1}{2R} \right) = \frac{24}{11} \frac{\lambda}{R} = \frac{48}{11} \frac{\lambda}{D} = 4364 \frac{W}{m^2 K}$$

$$Nu_D = \frac{h D}{\lambda} = \frac{48}{11} = 436 = cte$$

$$q_p \pi D dx = \dot{m} c_p [(T_m(x) + dT_m(x)) - T_m(x)] = \dot{m} c_p dT_m(x)$$

$$\frac{dT_m(x)}{dx} = \frac{q_p \pi D}{\dot{m} c_p} = cte$$

$$q_p = ck = h (T_p(x) - T_m(x))$$

$$T_m(x) = T_p(x) - \frac{q_p}{h}$$

$$T_m(1) = 400 - \frac{2500}{61.09} = 359.1 K = 85.9^\circ C$$

$$h = \frac{48}{11} \frac{\lambda}{D} = \frac{48}{11} \frac{0.14}{0.01} = 61.09 W/m^2 K$$

$$\overline{\theta}(1) = \frac{T(1) - T_p(1)}{T_m(1) - T_p(1)} = \frac{96}{11} \left[ \frac{1}{4} - \frac{\lambda^2}{4R^2} + \frac{24}{11} \right]$$

$$Re_D = \frac{u_m D}{\nu} = \frac{f \lambda_m D}{4 \mu} = \frac{4 \mu}{\pi f D} \Rightarrow \mu < \frac{Re_D \pi D \mu}{4} = \frac{2300 \pi D \mu}{4} = m_{max}$$

$$q_p = \lambda \frac{\partial T(x)}{\partial x} \Big|_{x=R} = \lambda (T_m(x) - T_p(x)) \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x} \Big|_{x=R} = h(x) (T_m(x) - T_p(x))$$

$$h(x) = -\lambda \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x} \Big|_{x=R} = -\lambda \frac{96}{11} \left( \frac{1}{4R} - \frac{1}{2R} \right) = \frac{24}{11} \frac{\lambda}{R} = \frac{48}{11} \frac{\lambda}{D} = 4364 \frac{W}{m^2 K}$$

$$Nu_D = \frac{h D}{\lambda} = \frac{48}{11} = 436 = cte$$

$$q_p \pi D dx = \dot{m} c_p [(T_m(x) + dT_m(x)) - T_m(x)] = \dot{m} c_p dT_m(x)$$

$$\frac{dT_m(x)}{dx} = \frac{q_p \pi D}{\dot{m} c_p} = cte$$

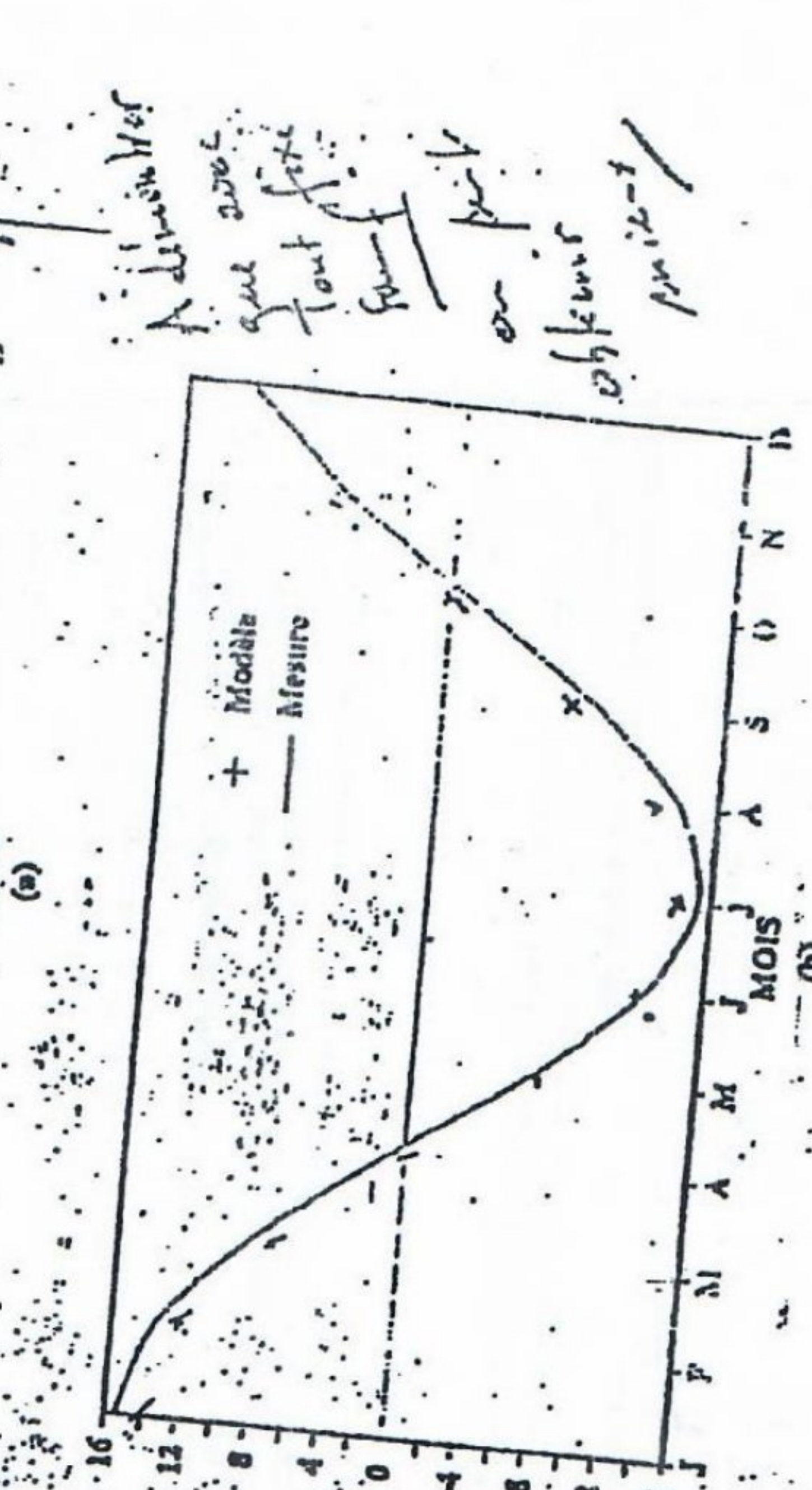
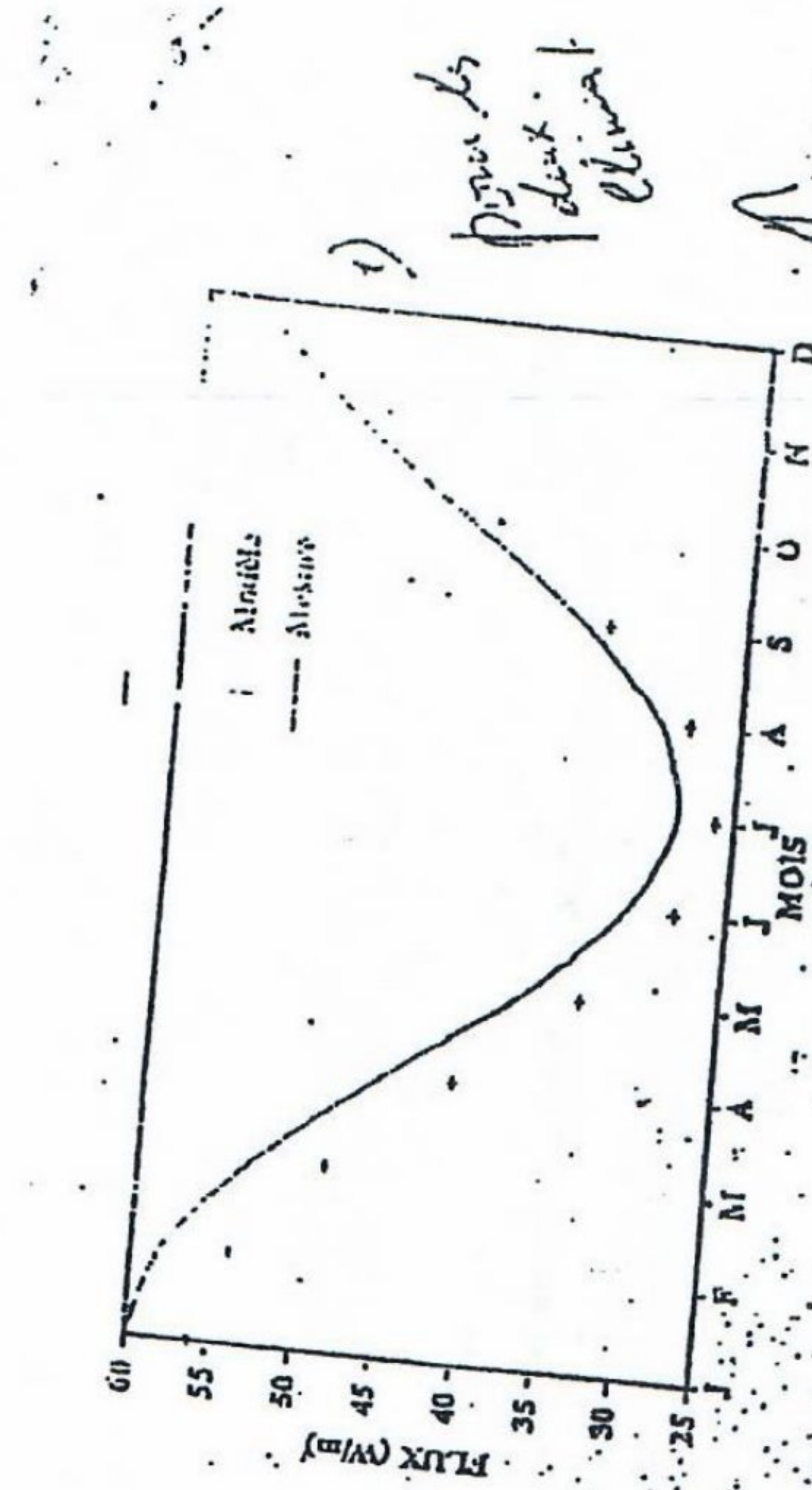


Figure 4.1 Comparaison entre les flux obtenus par les méthodes NT, FTM et ceux obtenus par le modèle (a) : a) climat froid, b) climat chaud.

1) Limite du cas du climat chaud avec le plus grand nombre de paramètres possible.  
2) Pour déterminer la courbe de la température sur l'axe x.  
3) Pour déterminer la courbe de la température sur l'axe y.

4) Pour déterminer la courbe de la température sur l'axe z.

5) Pour déterminer la courbe de la température sur l'axe t.



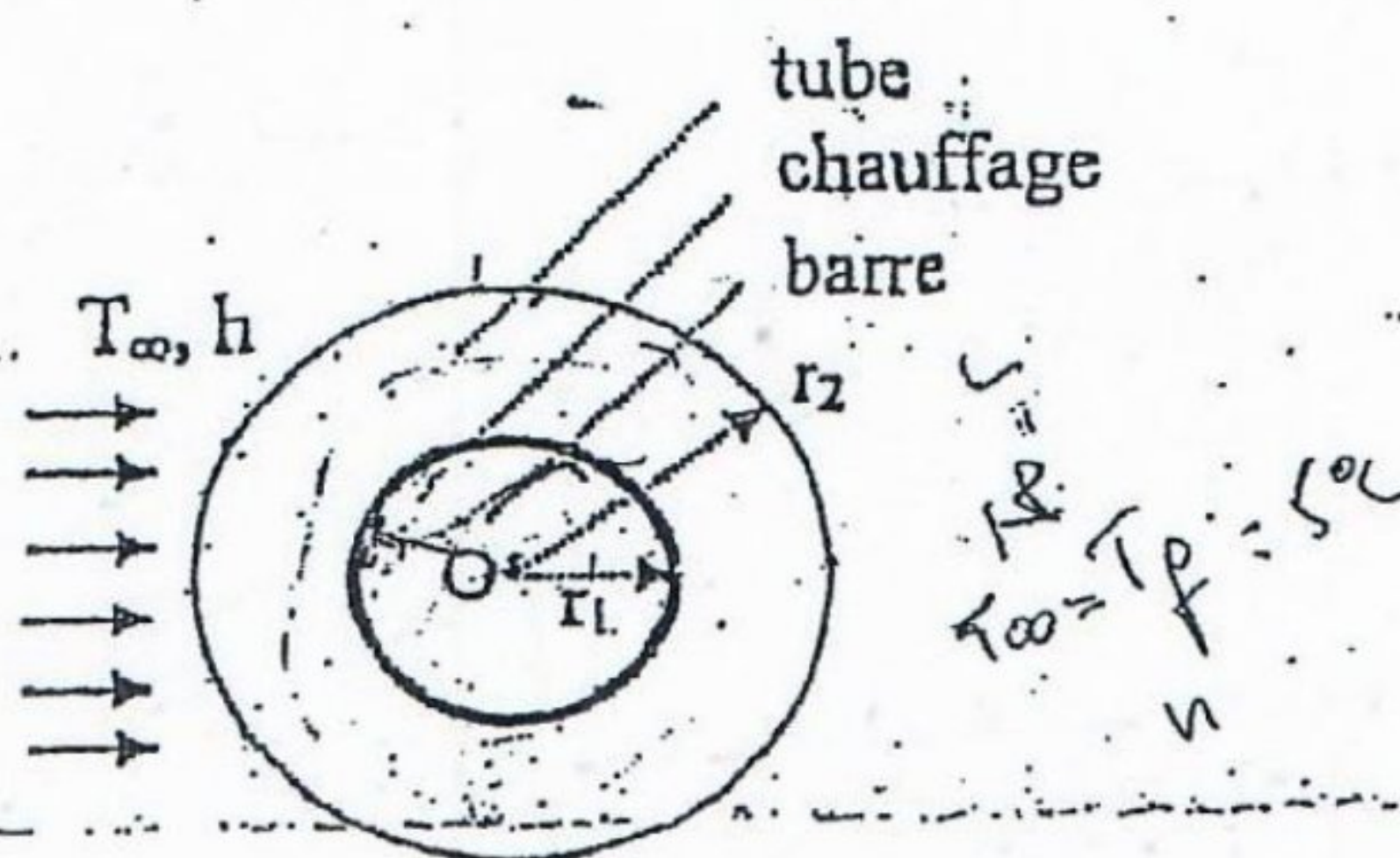
N.B.: - Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

### Exercice 1

Un chauffage électrique très mince, de puissance  $Q$ , est inséré entre une barre en acier, de longueur  $L=1\text{m}$  et de rayon  $r_1=0,02\text{m}$ , et un tube en plastique de rayons interne et externe  $r_1$  et  $r_2=0,04\text{m}$ . La surface externe du tube échange de la chaleur avec le milieu ambiant, à une température  $T_\infty=5^\circ\text{C}$ , avec un coefficient  $h=10\text{W/m}^2\text{K}$ . La résistance thermique entre la surface de la barre et celle interne du tube est négligeable. La conductivité thermique du tube est  $\lambda_2=0,8\text{W/mK}$  et celle de la barre est  $\lambda_1=1,5\text{W/mK}$  alors que sa masse volumique est  $\rho_1=8000\text{kg/m}^3$  et sa chaleur spécifique est  $c_{p1}=400\text{J/kgK}$ .

#### 1. En régime permanent :

- En utilisant l'analogie électrique, donner le circuit traduisant les échanges de chaleur entre la surface de la barre à  $T_1$  et le milieu extérieur à  $T_\infty$ . Démontrer que toute la barre est à  $T_1$  (isotherme).
- Quelle est la puissance électrique  $Q$  nécessaire pour maintenir la température externe du tube à  $T_2=15^\circ\text{C}$ .



#### 2. En un instant $t=0$ , le chauffage électrique est éteint :

- Calculer le coefficient d'échange surfacique total  $U$  entre la surface de la barre et le milieu extérieur. En déduire que la barre reste approximativement isotherme.
- Donner l'expression de la température de la barre en fonction du temps. En déduire la durée  $t_1$  nécessaire pour que la température de la barre chute à  $T_b=20^\circ\text{C}$ .

### Exercice 2

Un fluide est chauffé de  $T_m(0)=25^\circ\text{C}$  à  $T_m(L)=75^\circ\text{C}$  lors de son écoulement, avec une vitesse moyenne  $u_m=0,1\text{m/s}$ , dans un tube de longueur  $L=10\text{m}$  et de diamètre  $D=12,7\text{mm}$ . Le tube très mince est soumis à une densité de flux uniforme  $q_p(\text{W/m}^2)$ . Les propriétés du fluide sont  $\rho=1000\text{kg/m}^3$ ,  $c_p=4000\text{J/kg.K}$ ,  $\mu=2 \cdot 10^{-3}\text{kg/s.m}$ ,  $\lambda=0,48\text{W/m.K}$  et le nombre de Prandtl  $Pr=10$ .

- Préciser la nature de l'écoulement et montrer qu'à la sortie du tube ( $x=L$ ) on est en zones établies.
- Calculer  $q_p$ .
- Déterminer le coefficient de convection local en  $x=L$ . En déduire la température  $T_p(L)$  du tube en  $x=L$ .



# Transferts Thermiques Rattrapage (1h30)

AV 05/

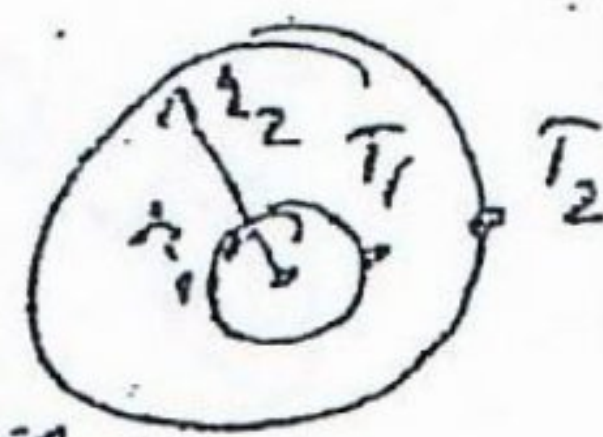
## Exercice 1 :

- $h = 10 \text{ W/(m}^2\text{K)}$
- $\lambda_1 = 0,02 \text{ m}$
- $\lambda_2 = 0,04 \text{ m}$

$$T_\infty = 5^\circ\text{C}$$

$$\lambda_1 = 15 \text{ W/mK} \quad f_1 = 9000 \text{ kg/3} \quad c_{p1} = 400 \text{ J/kgK}$$

$$\lambda_2 = 0,8 \text{ W/mK}$$



## 1) Régime permanent :

a)

$$Q_0 = 0 \quad \frac{h \lambda_2 / \lambda_1}{2\pi L \lambda_2} \quad \frac{1}{2\pi L h \lambda_2}$$

$$\text{Régime permanent} \Rightarrow \frac{dT}{dr} \Big|_{r=0} = \frac{dT}{dr} \Big|_{r=r_1} = 0 \Rightarrow T(r) = T_1 \quad \forall r$$

b)

$$R_{\text{barre}} = \frac{h(\lambda_1/\lambda_2 \rightarrow \infty)}{2\pi L \lambda_1} \rightarrow \infty \Rightarrow Q_0 = \frac{T(r) - T_1}{R_{\text{barre}}} = 0 \Rightarrow T$$

$$b) \quad Q = Q_\infty = 2\pi \lambda_2 L h (T_2 - T_\infty)$$

$$Q = 25,1 \text{ W}$$

$$c) \quad Q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{h \lambda_2 / \lambda_1}{2\pi L \lambda_2}}$$

$$Q = \frac{2\pi L \lambda_2 (T_1 - T_2)}{h \lambda_2 / \lambda_1} \Rightarrow T_1 = T_2 + \frac{h(\lambda_2/\lambda_1)}{2\pi L \lambda_2} Q$$

A.N.

$$T_1 = 18,5^\circ\text{C}$$

2)

a)

$$(UA) = \frac{1}{R_{\text{tot}}} = \frac{h \lambda_2 / \lambda_1}{2\pi L \lambda_2} + \frac{1}{2\pi \lambda_2 L h}$$

$$\Rightarrow U = \frac{(UA)}{2\pi \lambda_1 L} = \frac{Q}{2\pi \lambda_1 L (T_1 - T_\infty)} = 14$$

b)

$$Bi = \frac{U \lambda_1}{\lambda} \approx 0,02 < 0,1 \Rightarrow \text{barre isotherme}$$

$$b) \text{ Bilan : } f_1 c_{p1} (\pi \lambda_1^2 L) \frac{dT}{dt} = U (2\pi \lambda_1 L) (T_\infty - T)$$

$$\theta = T - T_\infty \quad m = \frac{U (2\pi \lambda_1 L)}{f_1 c_{p1} (\pi \lambda_1^2 L)} = \frac{2U}{f_1 c_{p1} \lambda_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\theta}{dt} = -m\theta$$

$$\theta(t=0) = T_i - T_\infty = T_1 - T_\infty = 18,5 - 5 = 13,5^\circ\text{C}$$

la durée

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-mt} = \exp\left(-\frac{2U}{f_1 c_{p1} \lambda_1} t\right)$$

$$t_1 = -\frac{f_1 c_{p1} \lambda_1}{2U} \ln \frac{T_b - T_\infty}{T_i - T_\infty}$$

A.N

$$t_1 = -\frac{(9000)(400)(0,02)}{2(14,8)} \ln \frac{10 - 5}{18,5 - 5} = 2147 \text{ s} \approx 35,8 \text{ min}$$



## Exercice 2 10 points.

1)  $Re_D = \frac{u_m D}{\nu} = \frac{\rho u_m D}{\mu} = \frac{4 \dot{m}}{\pi \mu D}$   $\Rightarrow Re_D = 635 \rightarrow$  régime laminaire  $(0,5)$

$\dot{m} = \rho u_m \frac{\pi D^2}{4}$

$(x_{z,c})_{lam} \approx 0,05 D Re_D = 0,4 m$   $\Rightarrow$  zone cinématique établie en  $(0,5)$

$(x_{z,t})_{lam} \approx 0,05 D Re_D Pr = 4 m < L \Rightarrow$  zone thermique établie en  $(0,5)$

2)  $\dot{Q}_p = \dot{m} c_p (T_m(L) - T_m(0)) = \left( \rho u_m \frac{\pi D^2}{4} \right) c_p (T_m(L) - T_m(0)) \Rightarrow \dot{Q}_p = \frac{\dot{m} c_p}{\pi D L} (T_m(L) - T_m(0))$

A.N.  $\dot{Q}_p = 6350 \text{ W/m}^2$

3) en  $x=L$ , l'écoulement est laminaire établi  $\Rightarrow Nu_D = 4,36$   $(0,5)$   
donc le coefficient de convection local est:

$h = \frac{\lambda Nu_D}{D} = 164,8 \text{ W/m}^2 \text{K}$   $(0,5)$

En  $x=L$ ,  $\dot{Q}_p = h (T_p(L) - T_m(L))$ ; d'où

$T_p(L) = T_m(L) + \frac{\dot{Q}_p}{h}$

A.N.

$T_p(L) = 113,5^\circ \text{C}$   $(0,5)$



Département de Physique, Filière SMP (S5)  
Rattrapage - Transferts Thermiques (1h30)

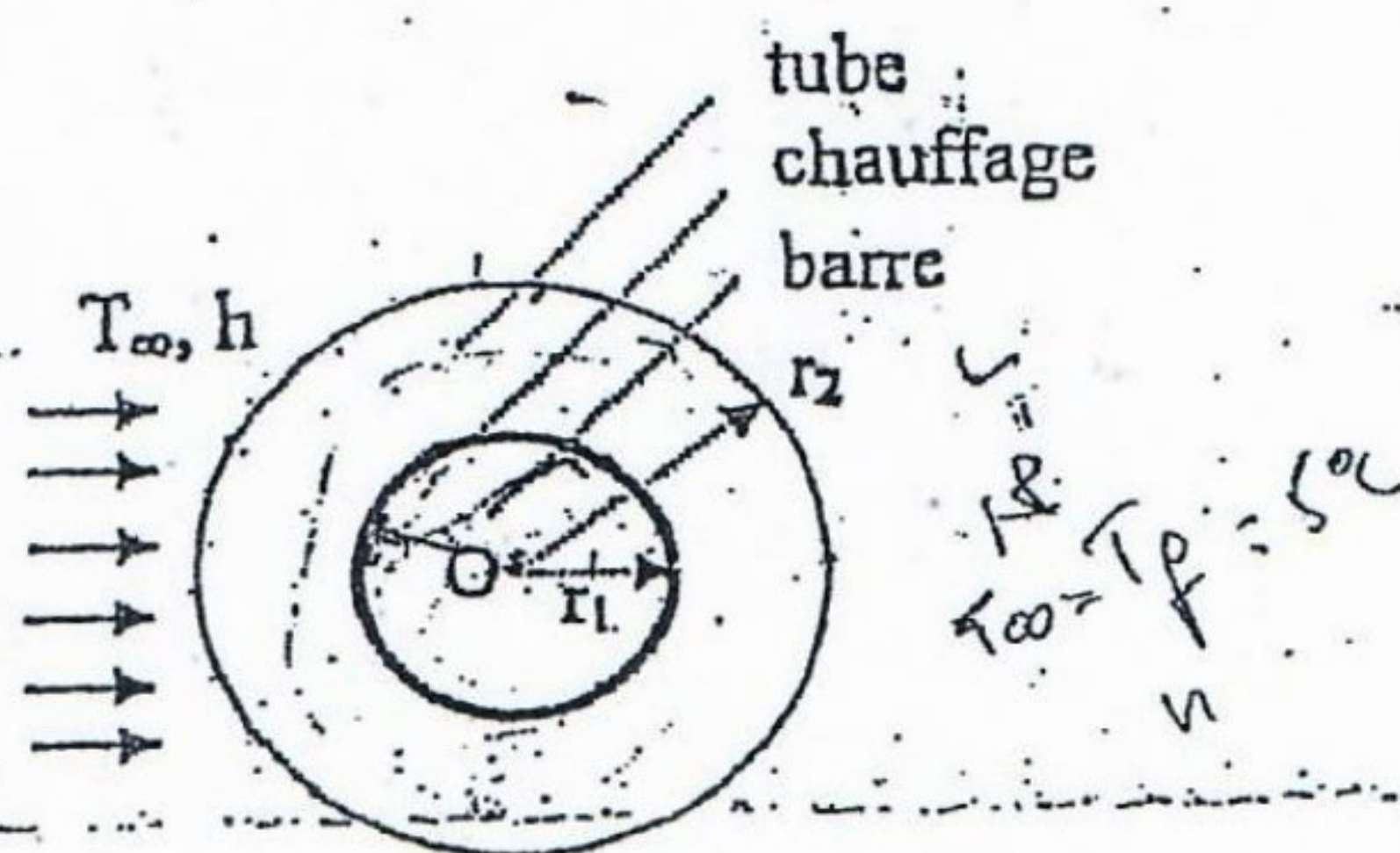
N.B.: - Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

Exercice 1

Un chauffage électrique très mince, de puissance  $Q$ , est inséré entre une barre en acier, de longueur  $L=1\text{m}$  et de rayon  $r_1=0,02\text{m}$ , et un tube en plastique de rayons interne et externe  $r_1$  et  $r_2=0,04\text{m}$ . La surface externe du tube échange de la chaleur avec le milieu ambiant, à une température  $T_\infty=5^\circ\text{C}$ , avec un coefficient  $h=10\text{W/m}^2\text{K}$ . La résistance thermique entre la surface de la barre et celle interne du tube est négligeable. La conductivité thermique du tube est  $\lambda_2=0,8\text{W/mK}$  et celle de la barre est  $\lambda_1=15\text{W/mK}$  alors que sa masse volumique est  $\rho_1=8000\text{kg/m}^3$  et sa chaleur spécifique est  $c_{p1}=400\text{J/kgK}$ .

1. En régime permanent :

- En utilisant l'analogie électrique, donner le circuit traduisant les échanges de chaleur entre la surface de la barre à  $T_1$  et le milieu extérieur à  $T_\infty$ . Démontrer que toute la barre est à  $T_1$  (isotherme).
- Quelle est la puissance électrique  $Q$  nécessaire pour maintenir la température externe du tube à  $T_2=15^\circ\text{C}$ ...
- En déduire la température  $T_1$  de la barre.



2. En un instant  $t=0$ , le chauffage électrique est éteint :

- Calculer le coefficient d'échange surfacique total  $U$  entre la surface de la barre et le milieu extérieur. En déduire que la barre reste approximativement isotherme.
- Donner l'expression de la température de la barre en fonction du temps. En déduire la durée  $t_1$  nécessaire pour que la température de la barre chute à  $T_b=20^\circ\text{C}$ .

Exercice 2

Un fluide est chauffé de  $T_m(0)=25^\circ\text{C}$  à  $T_m(L)=75^\circ\text{C}$  lors de son écoulement, avec une vitesse moyenne  $u_m=0,1\text{m/s}$ , dans un tube de longueur  $L=10\text{m}$  et de diamètre  $D=12,7\text{mm}$ . Le tube très mince est soumis à une densité de flux uniforme  $q_p(\text{W/m}^2)$ . Les propriétés du fluide sont  $\rho=1000\text{kg/m}^3$ ,  $c_p=4000\text{J/kg.K}$ ,  $\mu=2 \cdot 10^{-3}\text{kg/s.m}$ ,  $\lambda=0,48\text{W/m.K}$  et le nombre de Prandtl  $Pr=10$ .

- Préciser la nature de l'écoulement et montrer qu'à la sortie du tube ( $x=L$ ) on est en zones établies.
- Calculer  $q_p$ .
- Déterminer le coefficient de convection local en  $x=L$ . En déduire la température  $T_p(L)$  du tube en  $x=L$ .



# Transferts Thermiques Rattrapage (1h30)

AV 05/

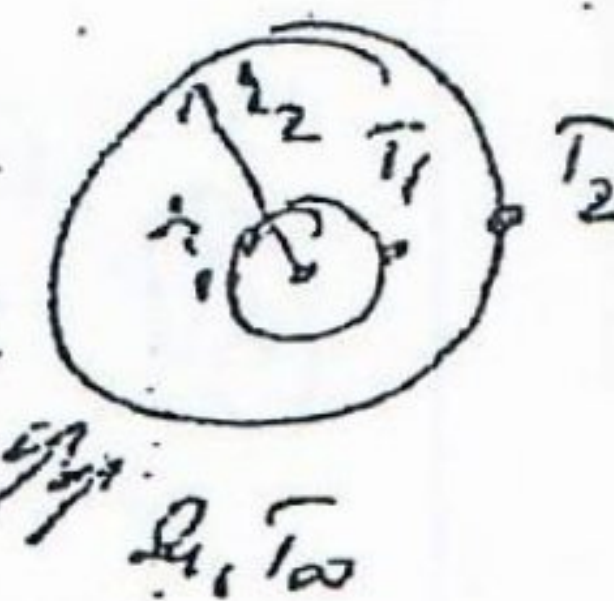
## Exercice 1 :

- $h = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$
- $\lambda_1 = 0,02 \text{ m}$
- $\lambda_2 = 0,04 \text{ m}$

$$T_\infty = 5^\circ\text{C}$$

$$\lambda_1 = 15 \text{ W/mK} \quad f_1 = 8000 \text{ kg/3} \quad c_p = 400 \text{ J/kgK}$$

$$\lambda_2 = 0,8 \text{ W/mK}$$



## 1) Régime permanent :

a)

$$Q_0 = 0 \quad \begin{matrix} T_1 & T_2 & T_\infty \\ \leftarrow & \text{---} & \rightarrow \end{matrix} \quad Q$$

$$\text{Régime permanent} \Rightarrow \frac{dT}{dr} \Big|_{r=0} = \frac{dT}{dr} \Big|_{r=L} = 0 \Rightarrow T(r) = T_1 \quad \forall r$$

$$R_{\text{base}} = \frac{\ln(\lambda_1/\lambda_2 \rightarrow 0)}{2\pi L \lambda_1} \rightarrow \infty \Rightarrow Q_0 = \frac{T(r) - T_1}{R_{\text{base}}} = 0 \Rightarrow T$$

$$b) \quad Q = Q_\infty = 2\pi \lambda_2 L h (T_2 - T_\infty)$$

$$Q = 25,1 \text{ W}$$

$$c) \quad Q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{\ln \lambda_2/\lambda_1}{2\pi L \lambda_2}} \Rightarrow Q = \frac{2\pi L \lambda_2 (T_1 - T_2)}{\ln \lambda_2/\lambda_1} \Rightarrow T_1 = T_2 + \frac{\ln(\lambda_2/\lambda_1)}{2\pi L \lambda_2} Q$$

$$A.N. \quad T_1 = 18,5^\circ\text{C}$$

$$2) \quad a) \quad (UA) = \frac{1}{R_{\text{tot}}} = \frac{1}{\frac{\ln \lambda_2/\lambda_1}{2\pi L \lambda_2} + \frac{1}{2\pi \lambda_2 L h}} \Rightarrow (U) = \frac{(UA)}{2\pi \lambda_1 L} = \frac{Q}{2\pi \lambda_1 L (T_1 - T_\infty)} = 14$$

$$b) \quad Bi = \frac{U \lambda_1}{\lambda} \approx 0,02 < 0,1 \Rightarrow \text{base isotherme}$$

$$b) \quad \text{Bilan :} \quad f_1 c_p (\pi \lambda_1^2 L) \frac{dT}{dt} = U (2\pi \lambda_1 L) (T_\infty - T)$$

$$\theta = T - T_\infty \quad m = \frac{U (2\pi \lambda_1 L)}{f_1 c_p (\pi \lambda_1^2 L)} = \frac{2U}{f_1 c_p \lambda_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\theta}{dt} = -m\theta \quad \theta(t=0) = T_1 - T_\infty = T_1 - T_\infty = 18,5 - 5 = 13,5^\circ\text{C}$$

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_1 - T_\infty} = e^{-mt} = \exp\left(-\frac{2U}{f_1 c_p \lambda_1} t\right)$$

la durée

$$t_1 = -\frac{f_1 c_p \lambda_1}{2U} \ln \frac{T_b - T_\infty}{T_1 - T_\infty}$$

A.N

$$t_1 = -\frac{(8000)(400)(0,02)}{2(14,3)} \ln \frac{10 - 5}{18,5 - 5} = 2147 \text{ s} \approx 35,8 \text{ min}$$



## Exercice 2 au bords.

1)  $Re_D = \frac{u_m D}{\nu} = \frac{\rho u_m D}{\mu} = \frac{4 \text{ m}}{\pi \mu D}$   $\Rightarrow Re_D = 635 \rightarrow$  Régime laminaire  $\Rightarrow q_p = \text{cte} \cdot T$

$\dot{m} = \rho u_m \frac{\pi D^2}{4}$

$(x_{z,c})_{lam} \approx 0,05 D Re_D = 0,4 \text{ m} < L \Rightarrow$  zone cinématique établie en

$(x_{z,t})_{lam} \approx 0,05 D Re_D Pr = 4 \text{ m} < L \Rightarrow$  zone thermique établie en

2)  $q_p = \dot{m} c_p (T_m(L) - T_m(0)) = \left( \rho u_m \frac{\pi D^2}{4} \right) c_p (T_m(L) - T_m(0)) \Rightarrow q_p = \frac{\dot{m} c_p}{\pi D L} (T_m(L) - T_m(0))$

A.N.  $q_p = 6350 \text{ W/m}^2$

3) en  $x = L$ , l'écoulement est laminaire établi  $\Rightarrow Nu_D = 4,36/0,5$   
donc le coefficient de convection local est:

$h = \frac{\lambda Nu_D}{D} = 164,8 \text{ W/m}^2\text{K}$

En  $x = L$ ,  $q_p = h (T_p(L) - T_m(L))$ ; d'où

$T_p(L) = T_m(L) + \frac{q_p}{h}$

A.N.

$T_p(L) = 113,5^\circ\text{C}$

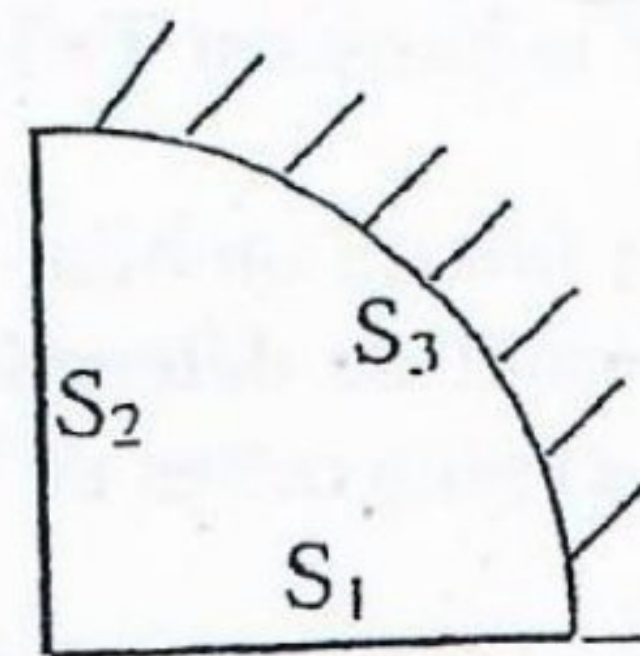


Département de Physique, Filière SMP (S5)  
Contrôle N° 2 - Transferts Thermiques (1h30)

Exercice 1

N.B.: Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

Une surface horizontale  $S_1$ , de largeur  $R=1\text{m}$  et de longueur  $L$  ( $L \gg R$ ), est maintenue à  $T_1=1500\text{K}$  pour traiter un métal à  $T_2=500\text{K}$ , de surface verticale  $S_2$  ayant les mêmes dimensions que  $S_1$ . Les deux surfaces  $S_1$  et  $S_2$ , sont reliées par des briques parfaitement isolantes dont la surface intérieure  $S_3$  est de rayon  $R$  (voir figure). Toutes les surfaces sont diffuses et ont la même longueur  $L$ . Le régime est permanent et on ne considère que les transferts radiatifs. Les effets des bords sont négligeables et la constante de Stefan-Boltzmann est  $\sigma=5.67 \cdot 10^{-8} \text{W/m}^2 \text{K}^4$ .

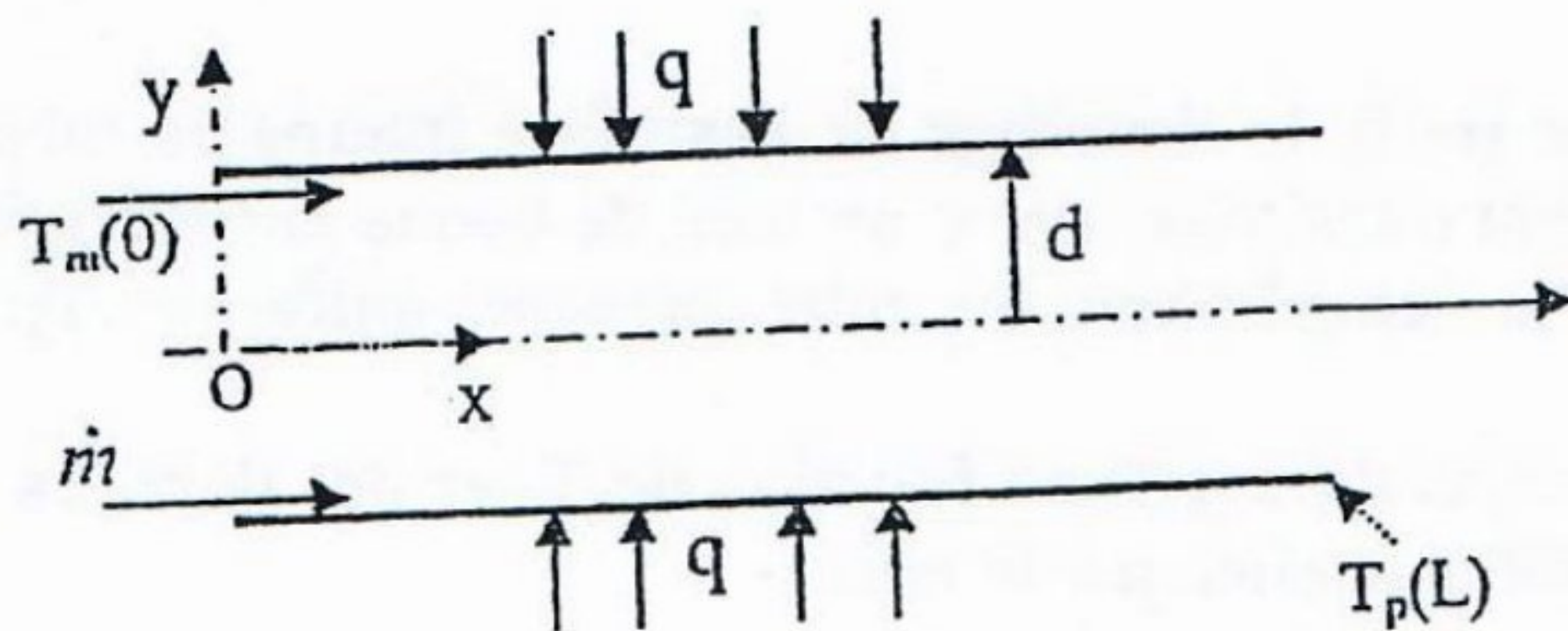


1. Sachant que le facteur de forme  $F_{12} = 1 - \sqrt{2}/2$ , montrer que  $F_{13} = F_{23} = \sqrt{2}/2$  et calculer les  $F_{3j}$ ,  $j=1,2,3$ .
2. Toutes les surfaces sont supposées noires ( $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = 1$ ), calculer le flux net perdu  $\phi_1'$  (par unité de longueur) par  $S_1$  et la température  $T_3$  de  $S_3$ .
3.  $S_2$  est toujours noire alors que  $S_1$  et  $S_3$  sont grises avec  $\epsilon_1=0,8$  et  $\epsilon_3=0,6$ .
  - a)- En utilisant l'analogie électrique (représenter le circuit en précisant les nœuds et les résistances), recalculer  $\phi_1'$  et  $T_3$ .
  - b)- Calculer les éclairements  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  des surfaces  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S_3$ , respectivement. En déduire à nouveau  $\phi_1'$ .

Exercice 2

On considère un canal formé par deux plaques parallèles de longueur  $L$  et de largeur  $D$ , séparées par une distance  $2d$  ( $D \gg 2d$ ,  $D \gg L$ ). Les deux plaques sont soumises chacune à une densité de flux uniforme  $q(\text{W/m}^2)$ . Un fluide entre en  $x=0$  avec une température  $T_m(0)$  et un débit massique  $\dot{m}$ . Les conditions sont supposées établies tout au long du canal avec un coefficient convectif constant  $h$  sur chaque plaque. En régime laminaire, le profil de vitesse en une section donnée est  $u(y)=a[1-(y/d)^2]$ , avec  $a$  constante et  $-d \leq y \leq d$ . La chaleur spécifique du fluide est  $C_p$ , sa masse volumique est  $\rho$  et sa viscosité cinématique est  $\nu$ .

1. Montrer que la vitesse moyenne du fluide  $u_m=2a/3$  et le diamètre hydraulique  $D_h \approx 4d$ . En déduire les expressions du débit massique et du nombre de Reynolds en fonction des données fournies.
2. Etablir l'expression de la température moyenne du fluide  $T_m(x)$  en fonction de  $\dot{m}$  et les autres données. En déduire  $T_m(x=L)$ .
3. Déterminer l'expression de la température des plaques  $T_p(x)$ . En déduire sa valeur maximale.



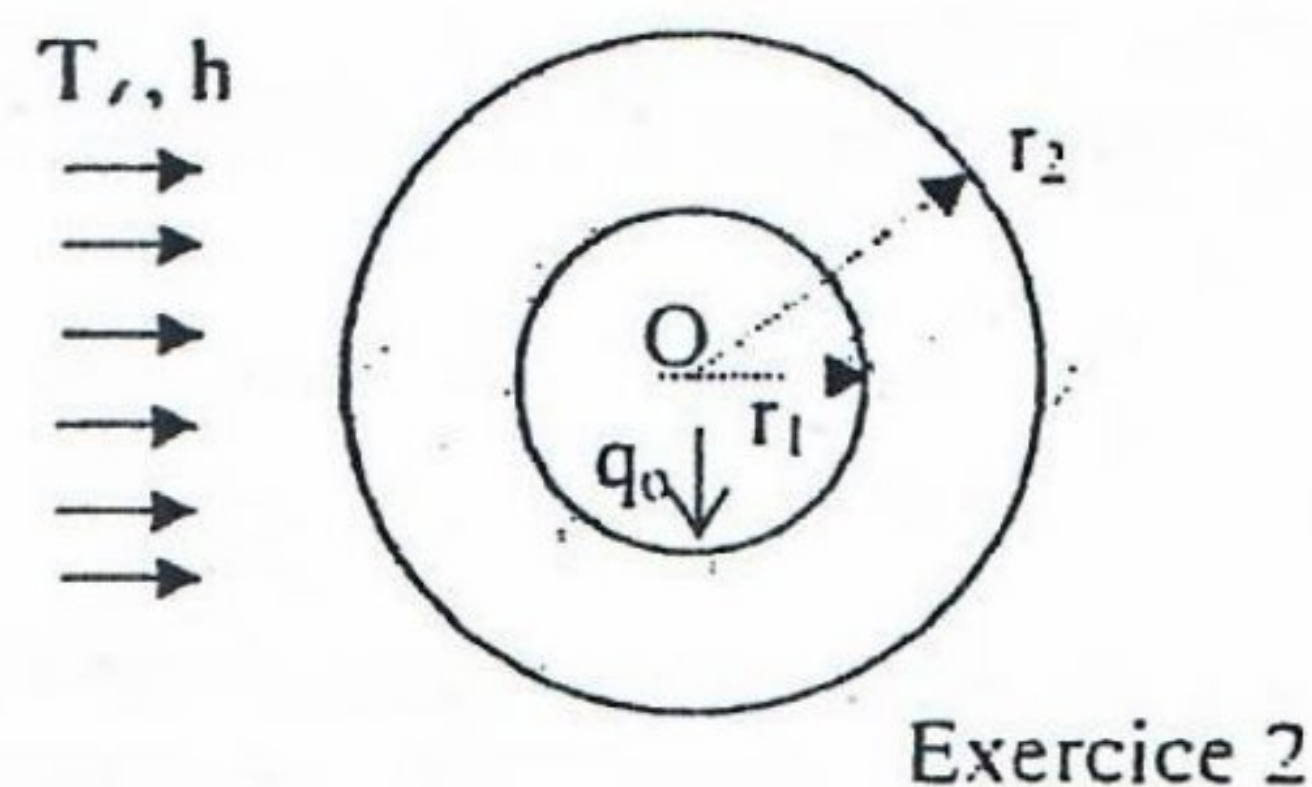
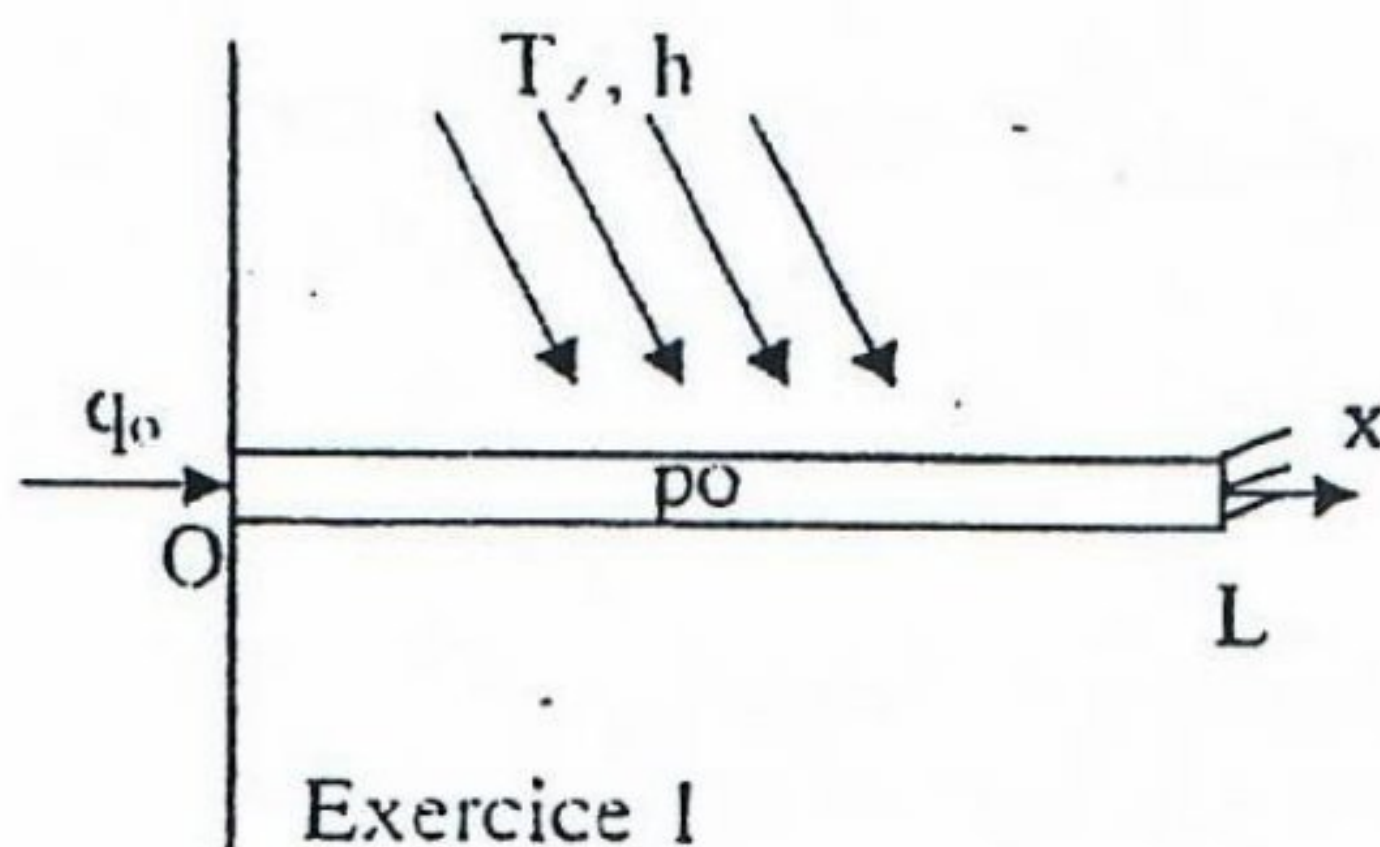


Département de Physique, Filière SMP (S5), Energétique  
Contrôle #1- Transferts Thermiques (1h30)

**Exercice 1**

Une barre de longueur  $L$  ( $0 \leq x \leq L$ ), de rayon  $R$  et de conductivité thermique  $\lambda$  est le siège d'une production volumique de chaleur constante  $p_0$  ( $\text{W/m}^3$ ). La base  $x=0$ , est soumise à une densité de flux  $q_0$  ( $\text{W/m}^2$ ) alors que la face  $x=L$  est adiabatique. La surface latérale de la barre échange avec un fluide à  $T_\infty$  avec un coefficient de convection constant  $h$ . Le régime est permanent et la température le long de la barre est  $T=T(x)$ .

1. En faisant un bilan thermique sur un élément de volume, donner l'équation différentielle qui permet de déterminer  $\theta(x)=T(x)-T_\infty - p_0/\lambda m^2$ , avec  $m^2=2h/\lambda R$ . En déduire l'expression de  $\theta(x)$  puis celles de  $T(x=0)$  et  $T(x=L)$ .
2. En utilisant la loi de refroidissement de Newton (convection), calculer le flux  $Q$  (W) fourni au fluide. Retrouver ce flux par une autre approche.



**Exercice 2**

Un tube de longueur  $L$ , de rayons interne  $r_1$  et externe  $r_2$  ( $L \gg r_2$ ) est chauffé sur sa surface interne par une densité de flux uniforme  $q_0$  ( $\text{W/m}^2$ ) et il est refroidi sur sa surface externe par un fluide à  $T_\infty$  avec un coefficient d'échange  $h$ . Le tube est de conductivité  $\lambda$ , de chaleur spécifique  $C_p$  et de masse volumique  $\rho$ .

1. En régime permanent :
  - a. Déterminer l'expression de la température  $T(r)$  à partir l'équation de la chaleur, En déduire  $T_1=T(r_1)$  et  $T_2=T(r_2)$  en fonction des données du problème.
  - b. En utilisant l'analogie électrique, retrouver les expressions des températures  $T_1=T(r_1)$  et  $T_2=T(r_2)$ . Conclure.
2. En un instant pris comme origine ( $t=0$ ), le chauffage de la surface interne du tube est réduit de moitié  $q_0/2$ , donc le régime devient transitoire. Avec un tube de bonne conductivité et de faible épaisseur, on peut considérer la température du tube presque uniforme  $T(r,t)=T(t)$  avec  $T(t=0)=T_2$ .  
Déterminer l'expression de la température  $T(t)$  en fonction de  $T_2$  et des données du problème. En déduire la température d'équilibre atteinte par le tube.



2.2

$$q(x) = -kA \frac{dT}{dx} = h_p (T(x) - T_\infty) = \frac{p_0}{\lambda_m} A dx$$

$$- \frac{d}{dx} \left( -\lambda A \frac{dT}{dx} \right) = h_p (T(x) - T_\infty) = \frac{p_0}{\lambda_m} A$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} = \frac{h_p}{\lambda A} (T(x) - T_\infty) = \frac{p_0}{\lambda_m} = m^2 (T(x) - T_\infty - \frac{p_0}{\lambda_m})$$

$$p_0 = \frac{2h_p}{\lambda_m} = \frac{2k}{\lambda_m} = \frac{2}{\lambda_m}$$

$$\frac{d^2 \theta(x)}{dx^2} = m^2 \theta(x) \rightarrow \theta(x) = C_1 \cosh m(x) + C_2 \sinh m(x)$$

$$-\lambda \frac{d\theta}{dx} \Big|_0 = q_0 = C_1 \lambda_m \sinh mL \rightarrow C_1 = \frac{q_0}{\lambda_m \sinh mL}$$

$$\frac{d\theta}{dx} \Big|_L = 0 = C_2$$

$$\Rightarrow \theta(x) = T(x) - T_\infty - \frac{p_0}{\lambda_m^2} = \frac{q_0}{\lambda_m \sinh mL} \cosh m(L-x)$$

$$T(x=0) = T_\infty + \frac{p_0}{\lambda_m^2} + \frac{q_0}{\lambda_m \sinh mL}$$

$$T(x=L) = T_\infty + \frac{p_0}{\lambda_m^2} + \frac{q_0}{\lambda_m \sinh mL}$$

l'énergie fournie au fluide à partir de la loi de Newton est

$$Q = \int_0^L h_p (T(x) - T_\infty) dx = h_p \int_0^L \left[ -\frac{p_0}{\lambda_m^2} + \frac{q_0}{\lambda_m \sinh mL} \cosh m(L-x) \right] dx$$

$$= h_p \left\{ \frac{p_0}{\lambda_m^2} L + \frac{q_0}{\lambda_m \sinh mL} \left( -\frac{1}{m} \sinh m(L-x) \right) \Big|_0^L \right\} = \frac{h_p}{\lambda_m^2} \{ p_0 L + q_0 \}$$

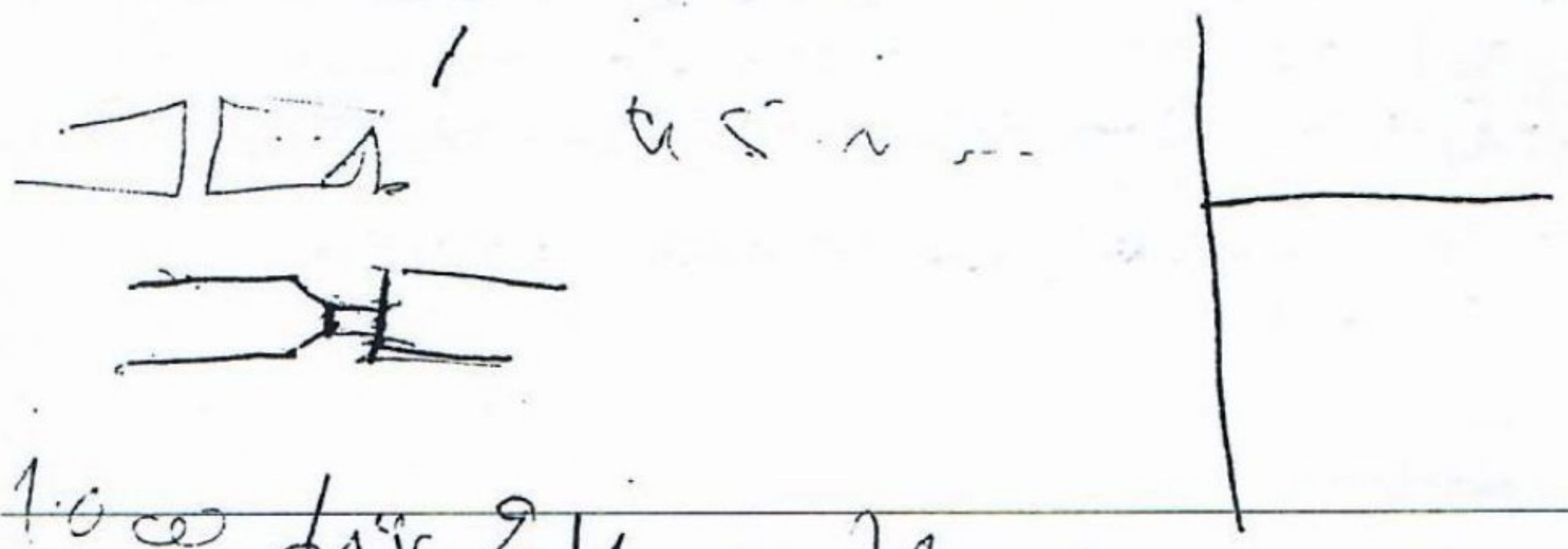
$$= q_0 A + p_0 A L \quad \text{avec } A = \pi R^2$$

autre approche :

- le régime est permanent, donc la production interne est totalement fournie au fluide :  $p_0 V = p_0 A L$
- le flux fourni à la base  $x=0$ , lui aussi est après par convection par le fluide :  $q_0 A$ .

Donc le flux total est :  $Q = q_0 A + p_0 A L$

$$q_2 = \dots$$



$$1000 \text{ dir } 24 = -11$$

$$1000\% \text{ dir } R \quad \left. \begin{array}{l} R_2 \text{ dir } R \end{array} \right\}$$



Exercice 2

1) Régime permanent.  $T = T(\lambda)$

$$\frac{d}{d\lambda} \left( \lambda \frac{dT}{d\lambda} \right) = 0 \Rightarrow \frac{dT}{d\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^2} \Rightarrow T(\lambda) = -\frac{C_1}{\lambda} + C_2$$

$$-\lambda \frac{dT}{d\lambda} \Big|_{\lambda_1} = q_0 \Rightarrow -\frac{\lambda C_1}{\lambda_1} = q_0 \Rightarrow C_1 = -\frac{q_0 \lambda_1}{\lambda}$$

$$-\lambda \frac{dT}{d\lambda} \Big|_{\lambda_2} = h_1 (T(\lambda_2) - T_\infty) \Rightarrow -\frac{\lambda C_1}{\lambda_2} = h_1 \left( -\frac{q_0 \lambda_1}{\lambda_2} + C_2 - T_\infty \right)$$

$$\Rightarrow C_2 = T_\infty + \frac{\lambda q_0}{h_1 \lambda_2} \frac{\lambda_1}{\lambda} + \frac{q_0 \lambda_1}{\lambda}$$

$$T(\lambda) = \frac{q_0 \lambda_1}{\lambda} \ln \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) + \frac{q_0 \lambda_1}{h_1 \lambda_2} + T_\infty$$

$$T(\lambda_1) = \frac{q_0 \lambda_1}{\lambda_1} \ln \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) + \frac{q_0 \lambda_1}{h_1 \lambda_2} + T_\infty$$

$$T(\lambda_2) = \frac{q_0 \lambda_1}{h_1 \lambda_2} + T_\infty$$

$$q_0 = 2\pi L \lambda_1 \frac{C_1}{\lambda_1} \quad h_1 = \frac{C_2 - T_\infty}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad T_1 = T_2$$

$$T_2 = T_\infty + 2\pi L \lambda_1 \frac{q_0}{2\pi L \lambda_2 h_1} = \frac{q_0 \lambda_1}{h_1 \lambda_2} + T_\infty$$

$$T_1 = T_2 + \frac{2\pi L \lambda_1 q_0}{2\pi L \lambda_1} \ln \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) = \frac{q_0 \lambda_1}{h_1 \lambda_2} + T_\infty + \frac{q_0 \lambda_1}{\lambda_1} \ln \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)$$

4C L'analogie électrique est plus simple et rapide.

$$2) \text{ Bilan: } \oint_C \pi (\lambda_2^2 - \lambda_1^2) L \frac{dT}{dt} = \frac{1}{2} q_0 (2\pi \lambda_1 L) - h_1 (2\pi \lambda_2 L) (T(t) - T_\infty)$$

$$\text{on pose } \theta = T(t) - T_\infty - \frac{q_0 \lambda_1}{2h_1 \lambda_2} \text{ et } m = \frac{(2\pi \lambda_2 L h_1)}{\left( \frac{1}{2} \oint_C \pi (\lambda_2^2 - \lambda_1^2) L \right)} = \frac{2\lambda_2 h_1}{\oint_C (\lambda_2^2 - \lambda_1^2)}$$

$$\Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = -m\theta \Rightarrow \theta = \theta_0 e^{-mt}$$

$$\begin{cases} \frac{d\theta}{dt} = -m\theta \\ \theta(t=0) = T_2 - T_\infty - \frac{q_0 \lambda_1}{2h_1 \lambda_2} = \theta_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow T(t) = T_\infty + \frac{q_0 \lambda_1}{2h_1 \lambda_2} + \left( T_2 - T_\infty - \frac{q_0 \lambda_1}{2h_1 \lambda_2} \right) e^{-mt}$$

$$\text{L'équilibre est atteint si } t \rightarrow \infty \Rightarrow T(t) \rightarrow T_\infty + \frac{q_0 \lambda_1}{2h_1 \lambda_2}$$

$$\text{La température d'équilibre est: } T(t \rightarrow \infty) = T_\infty + \frac{q_0 \lambda_1}{2h_1 \lambda_2}$$

$$T_2 - T_\infty = \frac{q_0 \lambda_1}{h_1 \lambda_2} \frac{1}{2} = \frac{q_0 \lambda_1}{2h_1 \lambda_2}$$



Département de Physique, Filière SMP-Energétique (S4)  
Contrôle N° 2 - Transferts Thermiques (1h30)

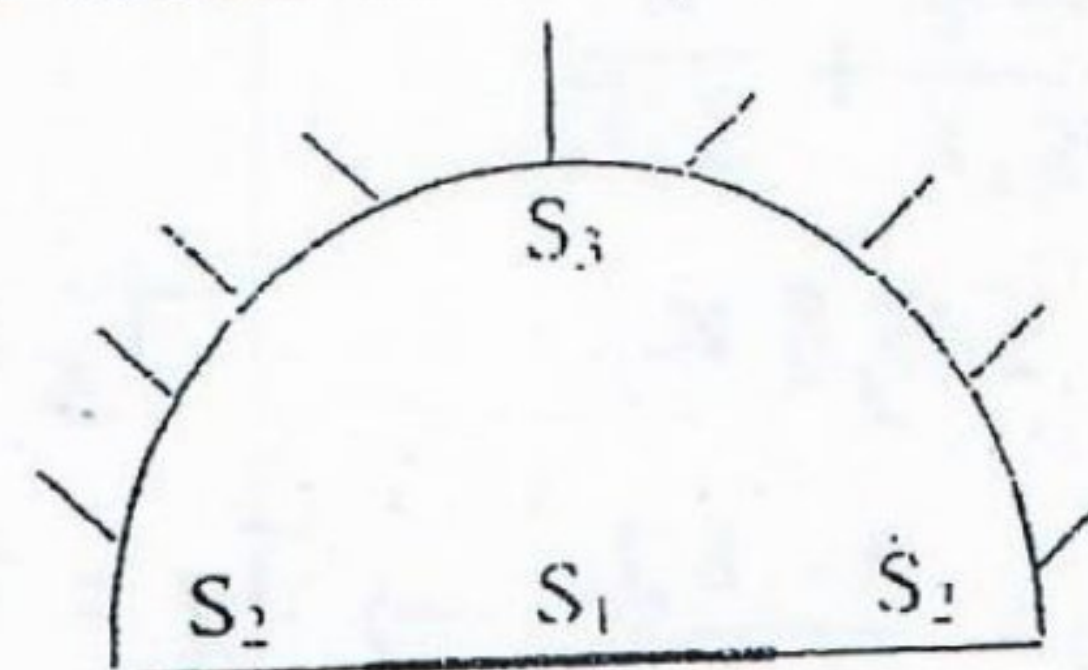
Exercice 1

N.B.: Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

Un hémisphère  $S_3=6\text{m}^2$  est adiabatique. Au milieu de la base de l'hémisphère est placé un disque chauffant  $S_1=1.5\text{m}^2$ , cédant un flux constant  $\Phi_1=1500\text{W}$ . Le reste de la base est occupé par un anneau  $S_2=1.5\text{m}^2$ , maintenu à la température  $T_2=400\text{K}$ .

Toutes les surfaces sont grises et diffusantes d'émissivité  $\varepsilon=0,8$ . Le régime est permanent et on ne considère que les transferts radiatifs. La constante de Stefan-Boltzmann est  $\sigma=5.67 \cdot 10^{-8}\text{W/m}^2\text{K}^4$ .

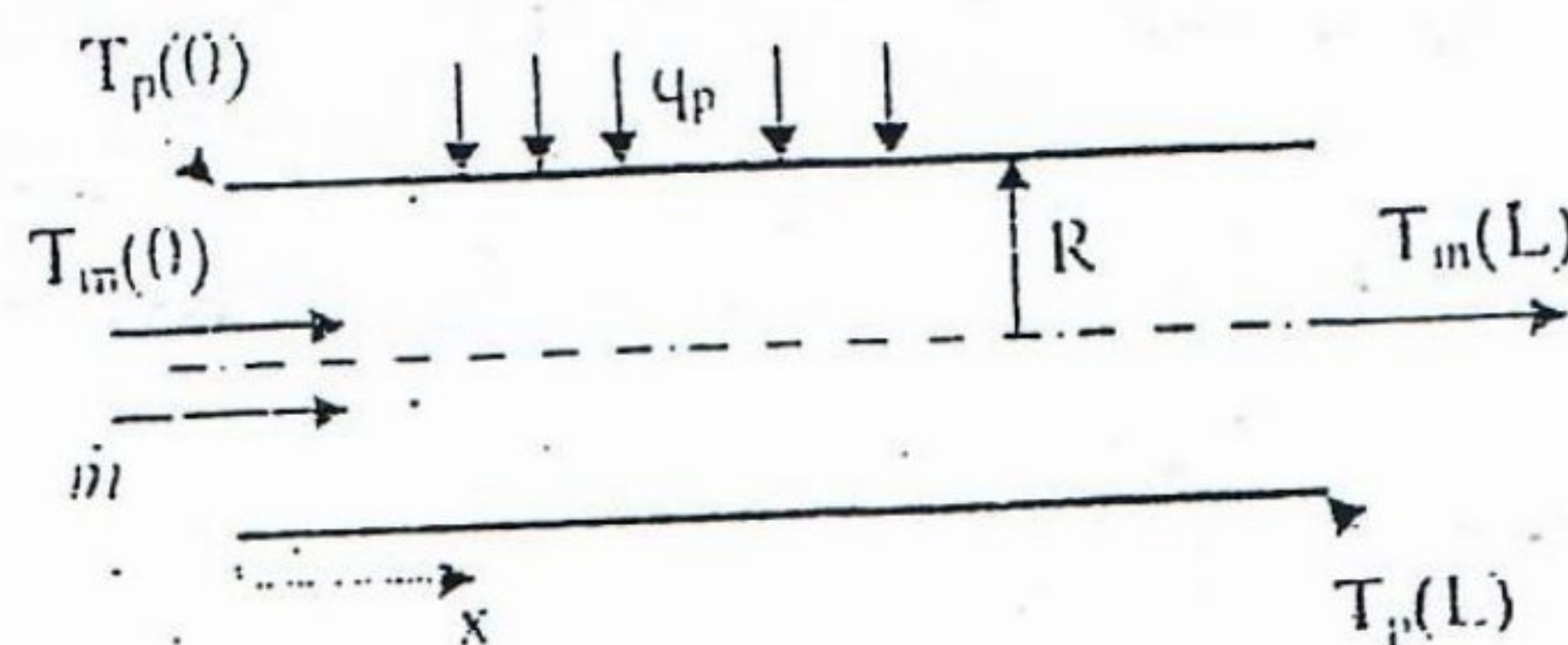
1. Sachant que  $F_{13}=F_{31}=1$ , calculer les facteurs de forme  $F_{3j}$ ,  $j=1,2,3$ .
2. En utilisant l'analogie électrique (représenter le circuit en indiquant les résistances), calculer :
  - a) Les températures  $T_1$  et  $T_3$
  - b) Les radiosités  $J_1$ ,  $J_2$  et  $J_3$ .
  - c) Les éclairements  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$ .
  - d) le flux  $\Phi_2$  à soustraire à  $S_2$ .



Exercice 2

Un tube, de longueur  $L$  et de diamètre  $D$ , est soumis à une densité de flux  $q_p(x)=C[x-(x^2/L)]$ , avec  $C=\text{constante (W/m}^2\text{)}$ . Un fluide entre en  $x=0$  avec une température  $T_m(0)$  et un débit massique  $\dot{m}$ . Les conditions sont supposées établies tout au long du tube avec un coefficient convectif constant  $h$ . La chaleur spécifique du fluide est  $C_p$ .

1. Déterminer le flux total  $Q_p(\text{W})$  fourni au fluide. En déduire l'expression de la température moyenne de sortie du fluide  $T_m(L)$ .
2. En faisant un bilan sur un élément de volume  $(\pi D^2 dx/4)$ , donner l'expression de la température moyenne du fluide  $T_m(x)$ .
3. Déterminer l'expression de la température de la paroi du tube  $T_p(x)$ . En déduire les températures  $T_p(x=0)$  et  $T_p(x=L)$ .
4. Pour  $D=5\text{cm}$ ,  $L=6\text{m}$ ,  $\dot{m}=0.1\text{kg/s}$ ,  $T_m(0)=20^\circ\text{C}$ ,  $C_p=4190\text{J/kgK}$  et  $C=6000\text{W/m}^2$ , calculer  $T_m(L/2)$  et  $T_m(L)$ .





CC2 - TT - SHIP S<sub>1</sub>

12/1

Exercice 1

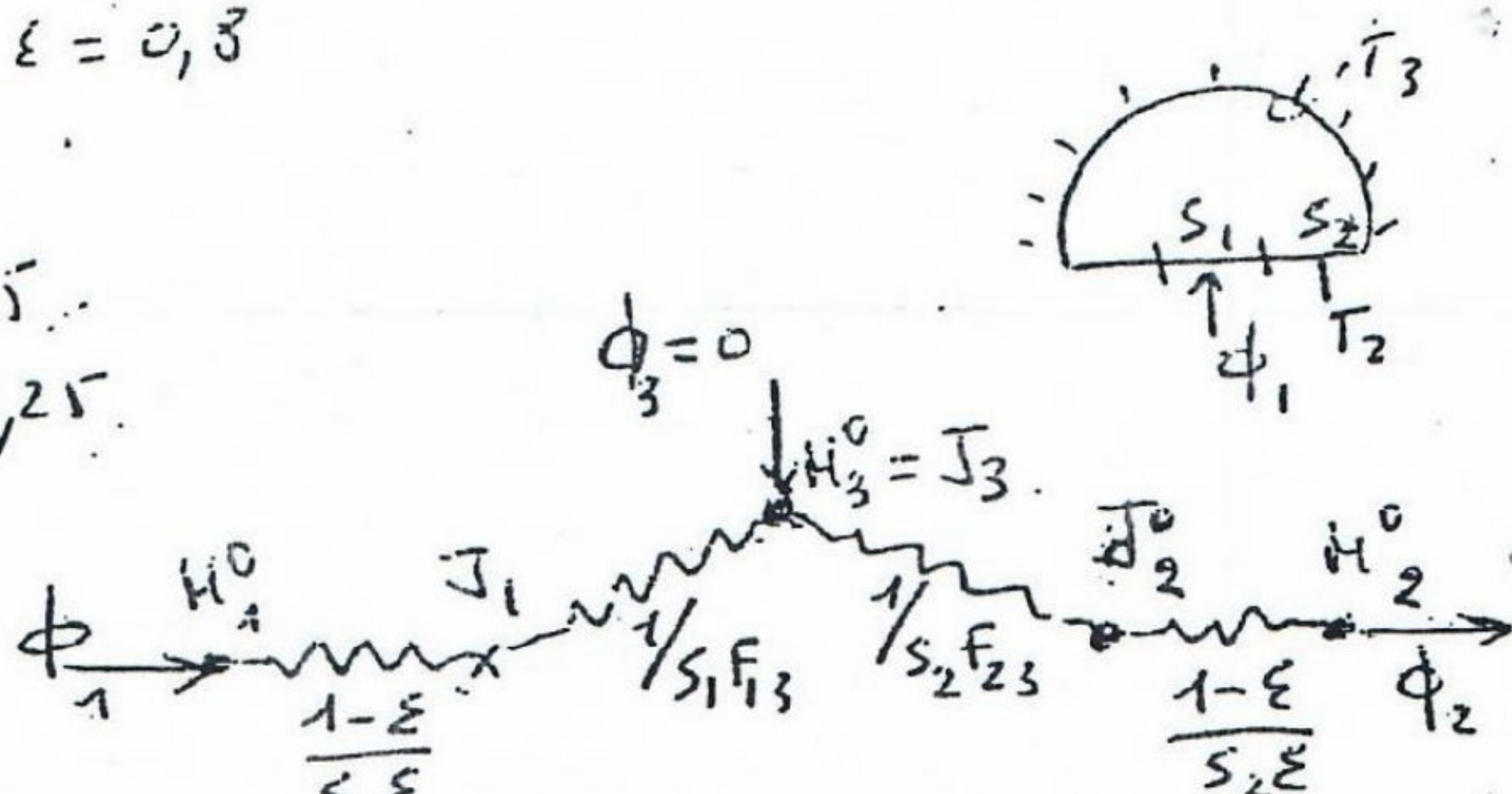
$$S_1 = S_2 = S_3/4 = 1,5 \text{ m}^2; \quad \epsilon = 0,3$$

1) Reciprocity:  $S_i F_{ij} = S_j F_{ji}$ , d'où

$$S_3 \bar{F}_{31} = S_1 F_{13} \rightarrow \bar{F}_{31} = \frac{S_1}{S_3} = 0,25$$

$$S_3 \bar{F}_{32} = S_2 F_{23} \rightarrow \bar{F}_{32} = \frac{S_2}{S_3} = 0,25$$

$$F_{33} = 1 - \bar{F}_{31} - \bar{F}_{32} = 0,5$$



$$a) \quad \phi_1 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{2 \frac{1-\epsilon}{S_1 \epsilon} + 2 \frac{1}{S_1 F_{13}}} \Rightarrow \sigma T_1^4 = \sigma T_2^4 + \left\{ 2 \frac{1-\epsilon}{S_1 \epsilon} + \frac{2}{S_1} \right\} \phi_1$$

$$\phi_1 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_3^4)}{\frac{1-\epsilon}{S_1 \epsilon} + \frac{1}{S_1 F_{13}}} \Rightarrow \sigma T_3^4 = \sigma T_1^4 - \left\{ \frac{1-\epsilon}{S_1 \epsilon} + \frac{1}{S_1} \right\} \phi_1$$

A.N

$$T_1 = 513,8 \text{ K}, \quad T_3 = 467,2 \text{ K}$$

$$b) \quad H_1^0 - J_1 = \frac{1-\epsilon}{S_1 \epsilon} \phi_1 \rightarrow J_1 = \sigma T_1^4 - \frac{1-\epsilon}{S_1 \epsilon} \phi_1 = 3701,5 \text{ W/m}^2$$

$$J_1 - J_3 = \frac{1}{S_1 F_{13}} \phi_1 \rightarrow J_3 = J_1 - \frac{1}{S_1 F_{13}} \phi_1 = 2701,5 \text{ W/m}^2$$

$$J_2 - H_2^0 = \frac{1-\epsilon}{S_2 \epsilon} \phi_1 \rightarrow J_2 = H_2^0 + \frac{1-\epsilon}{S_2 \epsilon} \phi_1 = 1701,5 \text{ W/m}^2$$

$$J_1 - J_3 = J_3 - J_2 \xrightarrow{S_2 \epsilon} J_2 = J_3 - J_1$$

$$c) \quad E_i = \sum_j F_{ij} J_j$$

$$E_1 = F_{13} J_3 = J_3 = 2701,5 \text{ W/m}^2$$

$$E_2 = F_{23} J_3 = J_3 = 2701,5 \text{ W/m}^2$$

$$E_3 = F_{31} J_1 + F_{32} J_2 + F_{33} J_3 = 2701,5 \text{ W/m}^2$$

$$d) \quad \phi_2 = \phi_1 = 1500 \text{ W/m}^2$$



$$Q_p = \int_0^L q_p(x) \pi D dx = \pi D C \int_0^L \left(x - \frac{x^2}{L}\right) dx = \pi D C \left(\frac{L^2}{2} - \frac{L^3}{3L}\right)$$

$$Q_p = \pi D C \frac{L^2}{6}$$

$$q_p(x) = C \left[x - \frac{x^2}{L}\right]$$

$$Q_p = \dot{m} C_p (T_m(L) - T_m(0)) \rightarrow T_m(L) = T_m(0) + \frac{\pi D C L^2}{6 \dot{m} C_p}$$

$$1) \quad q_p(x) \pi D dx = \dot{m} C_p dT_m(x)$$

$$\Rightarrow \frac{dT_m(x)}{dx} = \frac{\pi D C}{\dot{m} C_p} \left(x - \frac{x^2}{L}\right)$$

$$\rightarrow T_m(x) = T_m(0) + \frac{\pi D C}{\dot{m} C_p} \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3L}\right)$$

$$3) \quad q_p(x) = h_p (T_p(x) - T_m(x)) \rightarrow T_p(x) = T_m(x) + \frac{C}{h_p} \left(x - \frac{x^2}{L}\right)$$

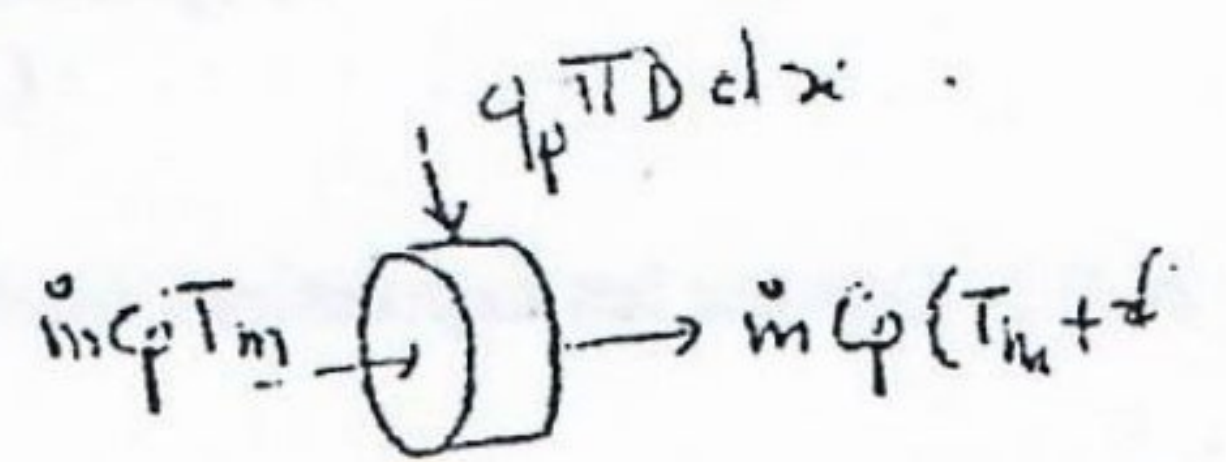
$$T_p(x) = T_m(0) + \frac{\pi D C}{\dot{m} C_p} \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3L}\right) + \frac{C}{h_p} \left(x - \frac{x^2}{L}\right)$$

$$T_p(x=0) = T_m(0)$$

$$T_p(x=L) = T_m(L) = T_m(0) + \frac{\pi D C L^2}{6 \dot{m} C_p}$$

$$4) \quad \frac{AN}{T_m(L/2)} = 20,0 + 6,75 = 26,75 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_m(L) = 20 + 13,5 = 33,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$





Département de Physique, Filière SMP (S5) - Energétique  
Contrôle #1 - Transferts Thermiques (1h30)

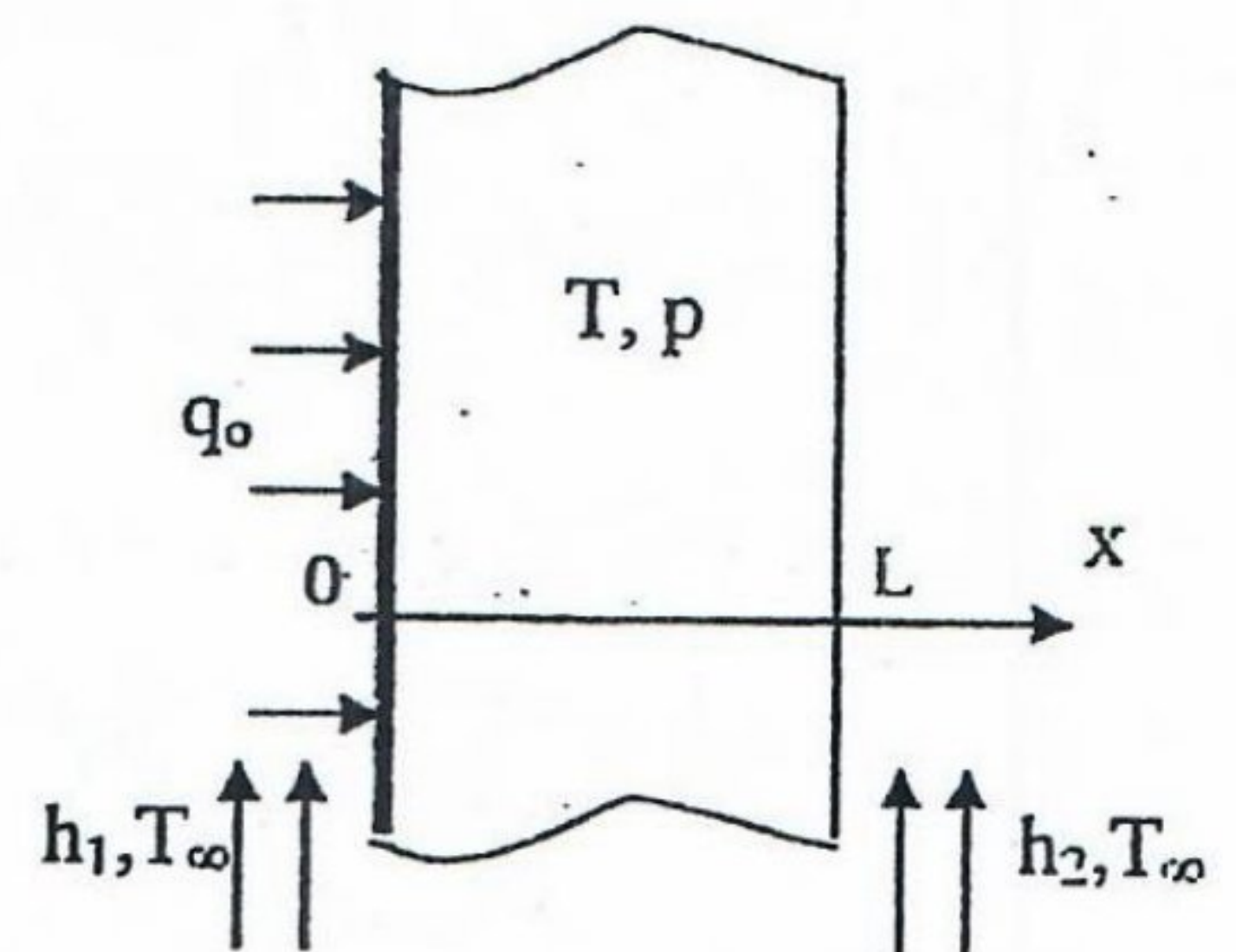
N.B.: - Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

**Exercice 1**

On considère la conduction monodimensionnelle dans une large paroi, d'épaisseur  $L = 0,2\text{m}$  ( $0 \leq x \leq L$ ) et de conductivité  $\lambda = 5\text{W/mK}$  au sein de laquelle il y a une génération de chaleur constante  $p = 2000\text{ W/m}^3$ . Les deux faces de la paroi  $x=0$  et  $x=L$  échangent par convection avec un fluide à  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ , mais respectivement avec des coefficients  $h_1 = 5\text{W/m}^2\text{K}$  et  $h_2 = 20\text{W/m}^2\text{K}$  (voir figure).

1- En régime permanent, pour que toute la chaleur générée au sein du mur sorte de la face  $x=L$ , un chauffage électrique très mince chauffe la face  $x=0$  avec un flux surfacique uniforme  $q_0$ , ce qui entraîne un gradient de température nul en  $x=0$ .

- Montrer que la température en  $x=L$  est  $T(L) = T_\infty + pL/h_2$ .
- A partir de l'équation de la chaleur, donner l'expression de  $T(x)$  en fonction de  $x$ ,  $L$ ,  $p$ ,  $\lambda$  et  $T(L)$ .
- Calculer  $T(x=0)$  et  $q_0$ .

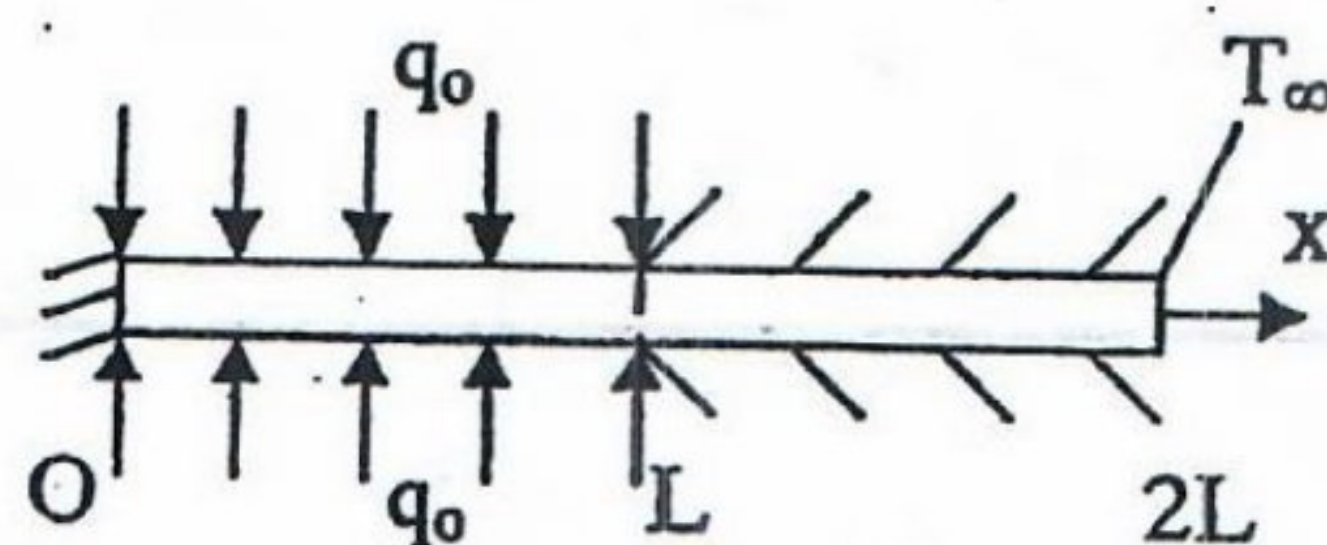


2- En un instant, la génération interne est désactivée ( $p=0$ ) et  $q_0$  reste appliqué en  $x=0$ . Après un certain temps, la paroi atteint un nouveau régime permanent pour lequel on demande de calculer les flux  $q_1$  et  $q_2$  qui sortent respectivement des faces  $x=0$  et  $x=L$ .

**Exercice 2**

Une barre de conductivité  $\lambda$ , de longueur  $2L$  et d'un faible diamètre  $D$  a une base ( $x=0$ ) parfaitement isolée alors que son bout ( $x=2L$ ) est maintenu à  $T_\infty$ . La moitié de la barre  $0 \leq x \leq L$ , est soumise à un flux surfacique uniforme  $q_0$  alors que l'autre moitié ( $L \leq x \leq 2L$ ) est isolée. On suppose que le régime est permanent et que la conduction est monodimensionnelle de sorte que la température ne dépend que de  $x$ , d'où on a  $T(x)$  pour  $0 \leq x \leq 2L$ .

- Montrer que le flux surfacique traversant la section  $x=L$  est donné par  $q(x=L) = 4Lq_0/D$ .
- En utilisant l'analogie électrique, montrer que  $T(x=L) = T_\infty + 4L^2q_0/\lambda D$ .
- Déterminer les deux expressions de  $T(x)$  correspondant à  $0 \leq x \leq L$  et  $L \leq x \leq 2L$  en fonction de  $x$ ,  $L$ ,  $D$ ,  $\lambda$ ,  $T_\infty$  et  $q_0$ . Quelle est la section la plus chaude de la barre?, donner sa température.





Département de Physique, Filière SMP (S5), Parcours Energétique  
Contrôle #1 - Transferts Thermiques (1h30)

Exercice 1

Un chauffage électrique très mince de longueur  $L (L \gg r_2)$  et de puissance réglable  $Q$ , est inséré entre une barre de rayon  $r_1$  et un tube de rayons interne et externe  $r_1$  et  $r_2$  (voir figure). La surface externe du tube échange de la chaleur avec le milieu extérieur à  $T_\infty$  avec un coefficient  $h$ . Le tube a une conductivité thermique  $\lambda$ , une masse volumique  $\rho$  et une chaleur spécifique  $C_p$ .

1. En régime permanent,  $Q$  est réglé pour que la température de chauffage soit  $T_1 = T(r_1) = \text{constante}$ .

a- Montrer que la barre est à la température uniforme  $T_1$  et que la résistance thermique du tube est  $R_1 = \ln(r_2/r_1)/(2\pi L\lambda)$ .

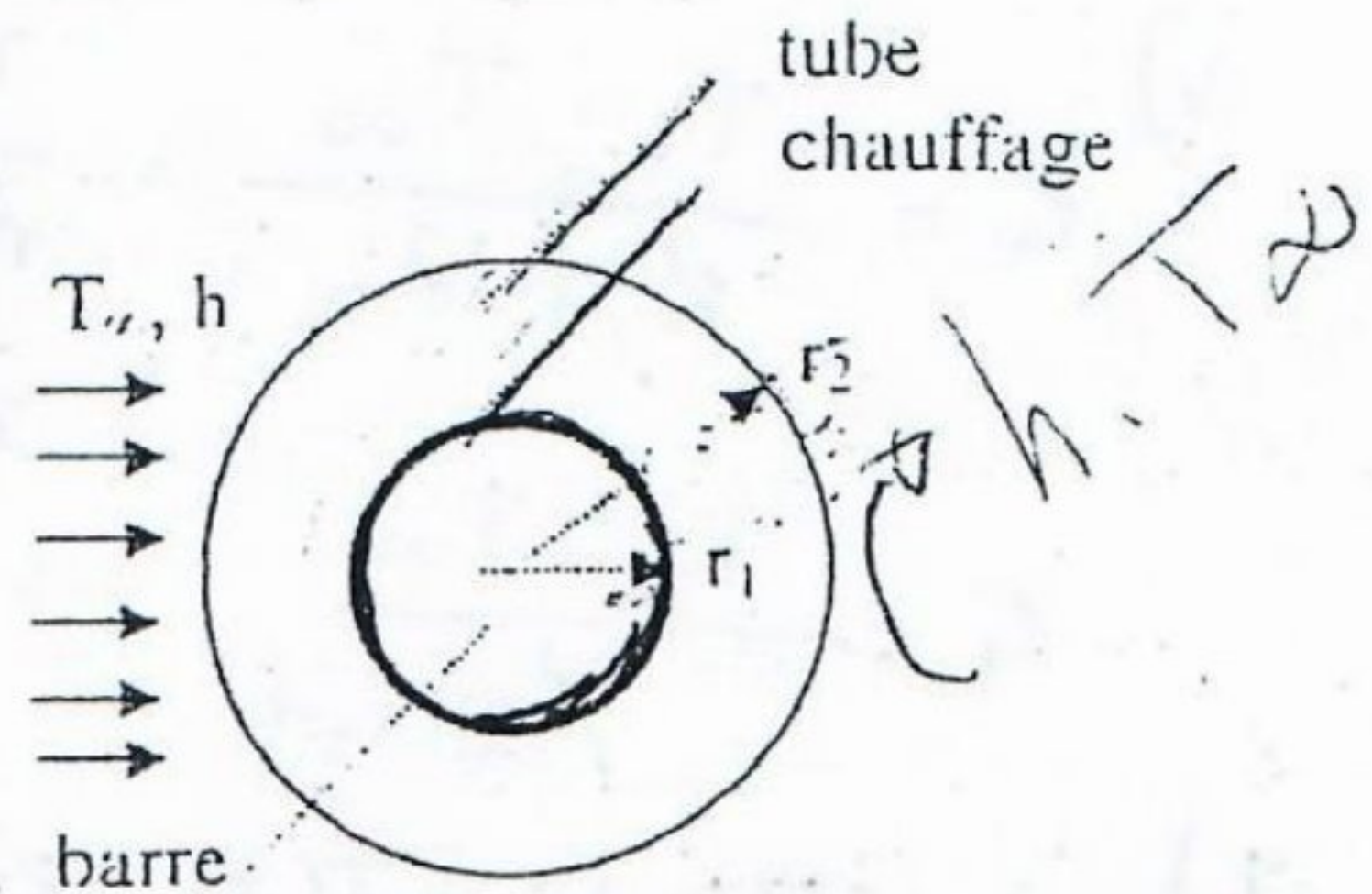
b- Donner l'expression de  $Q$  nécessaire pour maintenir  $T_1$ . En déduire la température  $T_2 = T(r_2)$  correspondant à  $Q$ .

2. La barre est d'un matériau isolant idéal. En un instant  $t=0$ , le chauffage électrique est débranché ( $Q=0$ ).

a- Dans quelle condition, le tube peut être considéré isotherme  $T(r,t) = T(t)$

b- Donner l'expression de  $T(t)$ , en fonction des données, et de celle de la constante de temps du tube.

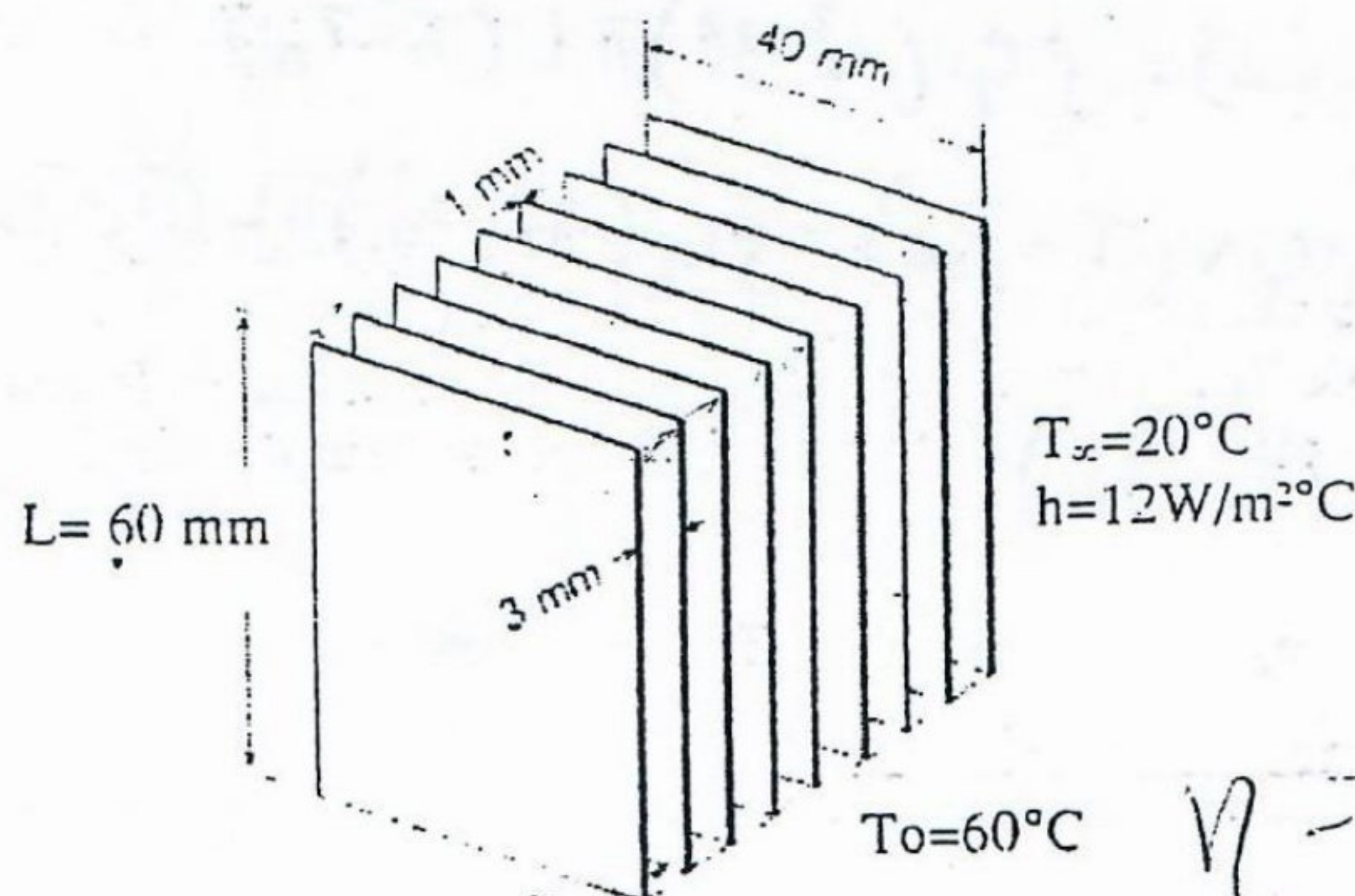
c- Déterminer l'énergie  $\Phi(t_1)$  cédée par le tube à l'extérieur entre les instants  $t=0$  et  $t=t_1$ . Calculer  $\Phi(t_1 \rightarrow \infty)$ .



Exercice 2 : N.B.: Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

Un système composé de 9 ailettes est utilisé pour refroidir un dispositif électronique (voir figure). Chaque ailette est de conductivité  $\lambda = 175 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ , de longueur  $L = 60 \text{ mm}$ , de largeur  $W = 40 \text{ mm}$  et d'épaisseur  $e = 1 \text{ mm}$ . La distance entre deux ailettes est  $d = 3 \text{ mm}$ , la température de la base du système est  $T_0 = 60^\circ\text{C}$  et l'ensemble échange par convection avec un fluide à  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$  avec un coefficient d'échange constant  $h = 12 \text{ W/m}^2\text{C}$  (voir figure). On néglige le transfert de chaleur sur les bouts des ailettes ( $x=L$ , est adiabatique).

1. A partir du bilan thermique sur un élément de volume de longueur  $dx$ , déterminer l'expression de la température en une section donnée  $T(x)$ .
2. Calculer le flux  $Q_0$  dégagé par une ailette ainsi que son rendement et son efficacité.
3. En déduire le flux total dégagé par le système à ailettes.



$$Q_0 = -\lambda A \frac{dT}{dx} \Big|_{x=e}$$

$$= m A \theta_0 \tanh(mL)$$

$$= \sqrt{\frac{h P A^3}{\lambda}} \theta_0 \tanh(mL)$$

$$\eta = \frac{Q_0}{h P L (T_0 - T_\infty)}$$

$$\epsilon = \frac{Q_0}{h A (T_0 - T_\infty)}$$

$$Q_{\text{total}} = 9 \cdot Q_0$$



# Exercice 1

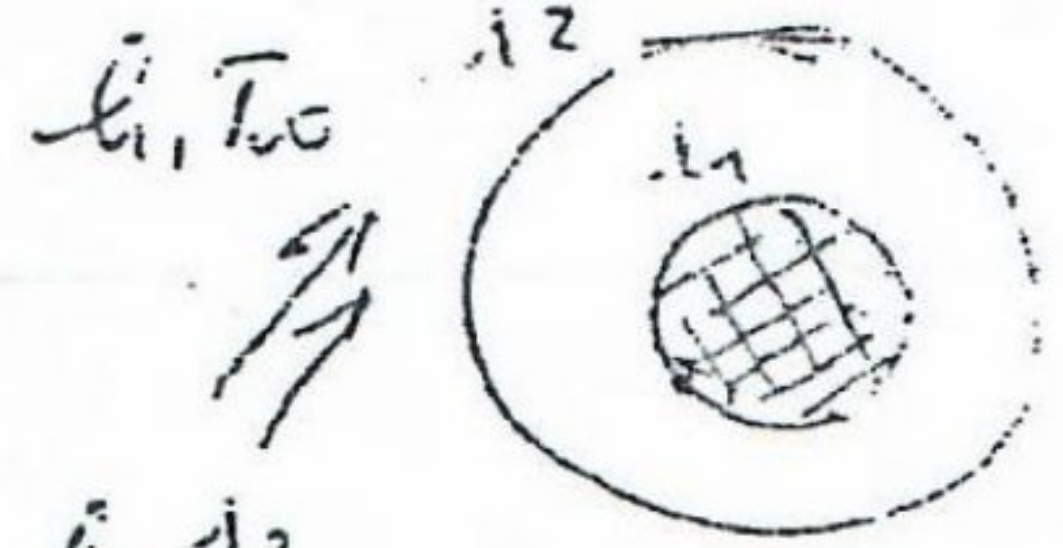
1) a) Pour la barre, en régime permanent

$$\frac{1}{\lambda} \frac{d}{dr} \left( \lambda \frac{dT}{dr} \right) = 0 \rightarrow \lambda \frac{dT}{dr} = C_1 \rightarrow T(r) = C_1 \ln r + C_2$$

Or en  $r = r_1$ ,  $\frac{dT}{dr} = 0 \rightarrow C_1 = 0$  et  $T(r_1) = T_1 = C_2$

Donc  $T(r) = T_1 = C_2$

$$Q = -\lambda A \frac{dT}{dr} \rightarrow dT = -Q \frac{1}{2\pi\lambda L} \frac{dr}{r} \rightarrow R_1 = \frac{1}{2\pi\lambda L} \ln \frac{r_2}{r_1}$$



b) 
$$Q = \frac{T_1 - T_\infty}{R_1 + R_2} = \frac{T_1 - T_\infty}{\frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi\lambda_1 L} + \frac{1}{2\pi\lambda_2 L}}$$

$$Q = \frac{T_2 - T_\infty}{\frac{1}{2\pi\lambda_2 L}} \rightarrow T_2 = T_\infty + \frac{Q}{2\pi\lambda_2 L}$$

2) a)  $T(r_1, t) = T(t)$  si  $Bi = \frac{h_1 L_c}{\lambda} < 0,1$  avec  $L_c = \frac{\pi(r_2^2 - r_1^2)L}{2\pi\lambda_2 L} = \frac{r_2^2 - r_1^2}{2\lambda_2}$

b) 
$$\rho C_p V \frac{dT}{dt} = \rho C_p \pi(r_2^2 - r_1^2)L \frac{dT}{dt} = h(2\pi\lambda_2 L)(T_\infty - T)$$

$$\Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = -m\theta$$
 avec  $\theta = T - T_\infty$  et  $m = \frac{2h\lambda_2}{\rho C_p (r_2^2 - r_1^2)}$

Donc 
$$\theta(t) = T(t) - T_\infty = (T_1 - T_\infty) e^{-mt}$$

La constante de temps est  $\tau = 1/m = \frac{\rho C_p (r_2^2 - r_1^2)}{2h\lambda_2}$

c) 
$$\phi(t) = \int_0^{t_1} (2\pi\lambda_2 L) (T(t) - T_\infty) dt = 2\pi\lambda_2 L h (T_1 - T_\infty) \int_0^{t_1} e^{-mt} dt$$
  

$$= 2\pi\lambda_2 L h (T_1 - T_\infty) \frac{1}{m} (1 - e^{-mt_1}) = \rho C_p (r_2^2 - r_1^2) \pi L (1 - e^{-mt_1})$$

Si  $t_1 \rightarrow \infty$   $\phi_1(t_1 \rightarrow \infty) = \rho C_p (r_2^2 - r_1^2) \pi L (T_1 - T_\infty)$

ou 
$$\phi_1 = \int_0^t \rho C_p V dT = \rho C_p V (T - T_\infty) = \rho C_p (r_2^2 - r_1^2) \pi L (T_1 - T_\infty) (1 - e^{-mt_1})$$

et  $t \rightarrow \infty$   $\phi_1 = \rho C_p V (T_1 - T_\infty)$



## exercice 2

1) a.)

$$Q(x) - [Q(x) - dQ(x)] = h_p dx (T(x) - T_\infty)$$

$$\rightarrow -\frac{dQ(x)}{dx} = -\frac{d}{dx} \left[ A \left( -\lambda \frac{dT}{dx} \right) \right] = \lambda A \frac{d^2 T}{dx^2} = h_p dx (T(x) - T_\infty)$$

cc  $\theta = T(x) - T_\infty$  et  $m^2 = \frac{h_p}{\lambda A}$ , on a bien :

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} = m^2 \theta \rightarrow \theta(x) = C_1 e^{hm(L-x)} + C_2 \sinh m(L-x)$$

$$\frac{d\theta(x)}{dx} \Big|_L = 0 \rightarrow -m C_1 \sinh(c) - m C_2 \cosh(c) = -m C_2 \cosh(c) = 0 \rightarrow C_2 = 0$$

$$\theta(x=0) = T_0 - T_\infty = \theta_0 = C_1 e^{hmL} \rightarrow C_1 = \frac{\theta_0}{e^{hmL}}, \text{ donc :}$$

$$T(x) = T_\infty + (T_0 - T_\infty) \frac{e^{hm(L-x)}}{e^{hmL}}$$

2)  $Q_0 = -\lambda A \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = -\lambda A (T_0 - T_\infty) \frac{-m \sinh mL}{e^{hmL}} = \sqrt{h_p \lambda A} (T_0 - T_\infty) \tanh mL$

4.N :

$$Q_0 = \left[ (12)(2(0,04+0,001))(175)(0,04 \times 0,001) \right]^{1/2} (60-20) \tanh(11,856 \times 0,06)$$

$$Q_0 = 2,030 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{Q_0}{h_p L (T_0 - T_\infty)} = \frac{2,030}{12(0,082)(0,06)(40)} = 0,86$$

$$* \varepsilon = \frac{Q_0}{h A (T_0 - T_\infty)} = \frac{2,030}{12(0,04 \times 0,001)(40)} = 105,7$$

$$m = \sqrt{\frac{12 \times (2(0,04+0,001))}{175 \times (0,04 \times 0,001)}}$$

$$= 11,8563$$

$$\sqrt{h_p \lambda A} = 0,0830$$

$$p = 0,082 \text{ m}$$

3)

$$Q_t = N Q_0 + (N-1) Q_u$$

$$= 9 \times 2,03 + (9-1) \times 0,0576$$

$$= 18,73 \text{ W}$$

$$N=9; Q_u = A_u h_u (T_0 - T_\infty)$$

$$= 0,003 \times 0,04 \times 12(60-20)$$

$$= 0,0576$$



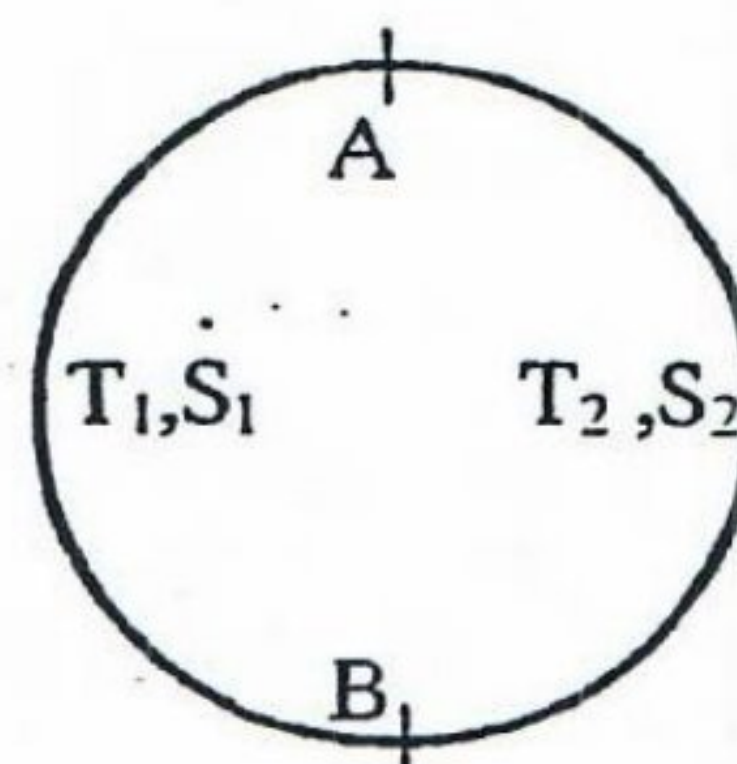
Département de Physique, Filière SMP (S<sub>6</sub>)  
Contrôle N° 2 - Transferts Thermiques (1h30)

N.B.: - Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

Exercice 1

Deux surfaces  $S_1$  et  $S_2$  ( $S_2=S_1$ ) forment un très long tube de longueur  $L$  et de diamètre  $D$  ( $L \gg D$ ).  $S_1$  et  $S_2$  sont grises et diffusantes d'émissivité  $\epsilon=0.9$ ; et sont maintenues respectivement aux températures  $T_1=400\text{K}$  et  $T_2=300\text{K}$  (voir figure). Dans ce problème, on ne considère que les échanges radiatifs. La constante de Stefan-Boltzmann est  $\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{W/m}^2\text{K}^4$ .

1. En utilisant la propriété de réciprocité, montrer que le facteur de forme  $F_{12}=2/\pi$ . En déduire les autres facteurs ( $F_{11}, F_{22}$  et  $F_{21}$ ).
2. En utilisant l'analogie électrique, calculer le flux radiatif surfacique  $\phi_2$  reçu par  $S_2$ .
3. Pour réduire ce flux, on ajoute un écran radiatif plan très mince (AB) dont les deux faces  $S_{31}$  et  $S_{32}$  ont une émissivité  $\epsilon_0=0,1$ . Recalculer  $\phi_2$  et en déduire la température  $T_3$  de l'écran.



Exercice 2

Un fluide de température  $T_\infty$  et de vitesse  $U_\infty$  est en écoulement laminaire sur une plaque plane isotherme à  $T_p$  et de longueur  $L$  ( $0 \leq x \leq L$ ). La distribution de température  $T(x,y)$  dans la couche limite thermique d'épaisseur  $\delta_t(x)$  peut être approximée par :

$$\frac{T(x,y)-T_p}{T_\infty-T_p} = \frac{3y}{2\delta_t(x)} - \frac{1}{2} \left[ \frac{y}{\delta_t(x)} \right]^3 \quad \text{avec} \quad \delta_t(x) = \sqrt{\frac{8\alpha x}{U_\infty}}$$

Le fluide est de diffusivité thermique  $\alpha$ , de conductivité thermique  $\lambda$  et de viscosité cinématique  $\nu$ .

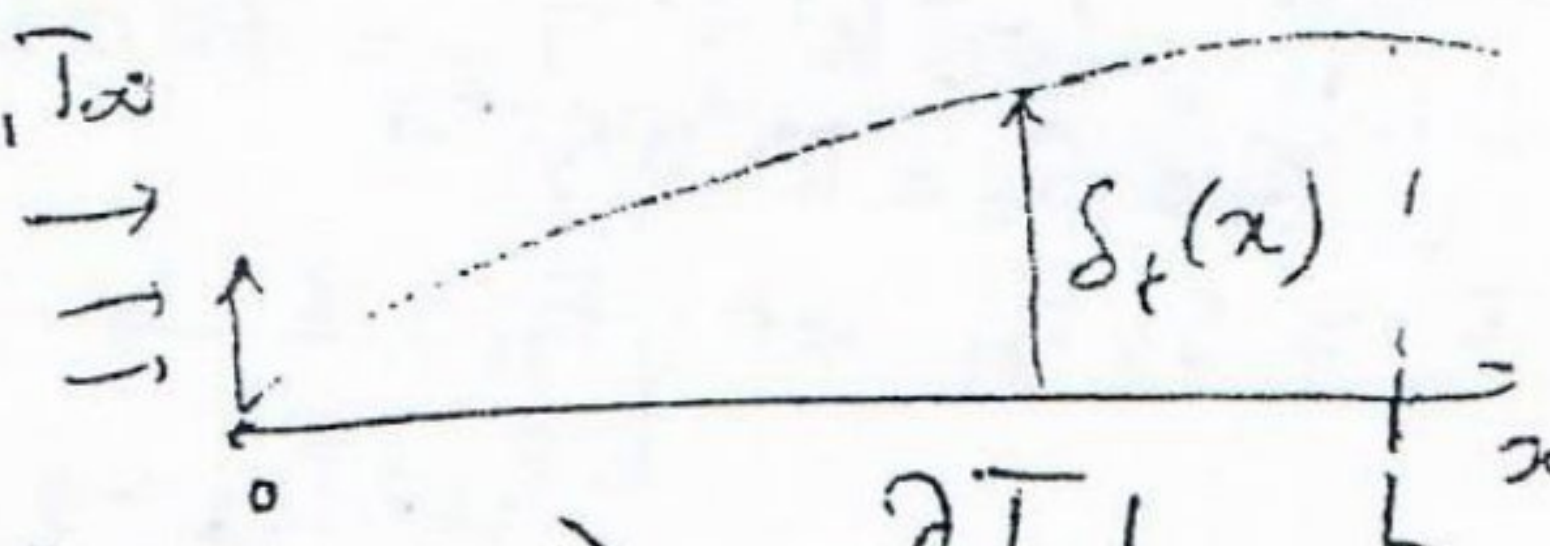
1. Déterminer l'expression du coefficient de convection local  $h(x)$  et puis celle du nombre de Nusselt local  $Nu_x$  en fonction des nombres de Reynolds  $Re_x = U_\infty x / \nu$  et de Prandtl  $Pr = \nu / \alpha$ .
2. Calculer le coefficient de convection moyen  $h_{m,L}$ . Vérifier que  $h_{m,L} = 2 h(L)$ .
3. Calculer, pour  $T_\infty=70^\circ\text{C}$ ,  $T_p=120^\circ\text{C}$ ,  $L=2\text{m}$ ,  $Re_L=10^5$ ,  $Pr=0,026$  et  $\lambda=25,6\text{W/m}^\circ\text{C}$ , le flux convectif surfacique  $q$  ( $\text{W/m}^2$ ) reçu par le fluide.



reice 2

$$\theta(x, y) = \frac{T(x, y) - T_p}{T_\infty - T_p} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta_t(x)} - \frac{1}{2} \left[ \frac{y}{\delta_t(x)} \right]^3$$

$$\delta_t(x) = \left( \frac{8 \alpha x}{U_\infty} \right)^{1/2}$$



$$q(x) = h(x) (T_p - T_\infty) = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \Rightarrow h(x) = -\frac{\lambda}{T_p - T_\infty} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{3}{2 \delta_t(x)} (T_\infty - T_p); \text{ d'où } h(x) = \frac{3 \lambda}{2 \delta_t(x)}$$

$$h(x) = \frac{3 \lambda}{2} \left( \frac{8 \alpha x}{U_\infty} \right)^{-1/2} = \frac{3 \lambda}{2 \sqrt{8}} \sqrt{\frac{U_\infty}{\alpha x}} = \frac{3 \lambda}{2 \sqrt{8}} \sqrt{\frac{U_\infty x}{\alpha}} \frac{1}{x} = \frac{3}{2 \sqrt{8}} \frac{\lambda}{x} Re_x^{1/2} Pr^{1/2}$$

$$Nu_x = \frac{h(x) x}{\lambda} = \frac{3}{2 \sqrt{8}} Re_x^{1/2} Pr^{1/2} = 0,530 Re_x^{1/2} Pr^{1/2}$$

$$h_{m,L} = \frac{1}{L} \int_0^L h(x) dx = \frac{3}{2 \sqrt{8}} \frac{\lambda}{L} \sqrt{\frac{U_\infty}{\alpha}} \int_0^L x^{-1/2} dx = \frac{3}{2 \sqrt{8}} \frac{\lambda}{L} \sqrt{\frac{U_\infty}{\alpha}} (2 L^{1/2}) = \frac{3 \lambda}{\sqrt{8}} \sqrt{\frac{U_\infty}{\alpha}}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{8}} \frac{\lambda}{L} \sqrt{\frac{U_\infty L}{\alpha}} \frac{1}{\alpha} = \frac{3}{\sqrt{8}} \frac{\lambda}{L} Re_L^{1/2} Pr^{1/2} = 2 h(L)$$

$$q = h_{m,L} (T_p - T_\infty)$$

$$h_{m,L} = \frac{3}{\sqrt{8}} \frac{25,6}{2} (105)^{1/2} (0,026)^{1/2} = 692,27 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$q = 692,27 (120 - 70) = 34,6 \text{ kW/m}^2$$

$$\approx 34600 \text{ W/m}^2$$

$$\frac{3}{\sqrt{8}} = \frac{3}{2,828} = 1,06$$

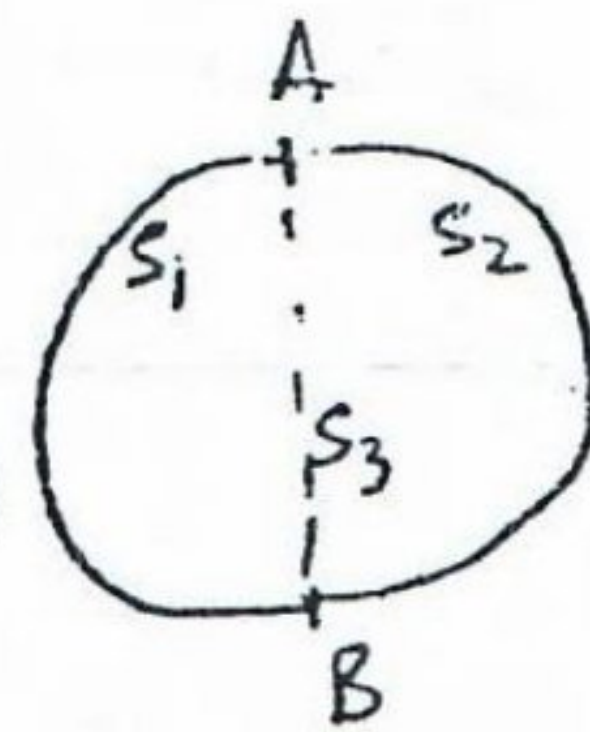


Exercice 1 :  $\epsilon C_2 - TT - SMP - S_6$

AO 10/11

$T_1 = 400 K$  ;  $T_2 = 300 K$  ,  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon = 0,9$   
 $S_1 = S_2 = \pi D/2$

1)  $S_1 F_{13} = S_3 F_{31}$  or  $F_{31} = 1 \rightarrow F_{13} = \frac{S_3}{S_1}$   
 $F_{13} = F_{12} \rightarrow F_{12} = \frac{S_3}{S_1} = \frac{DL}{\pi D L} = \frac{2}{\pi}$

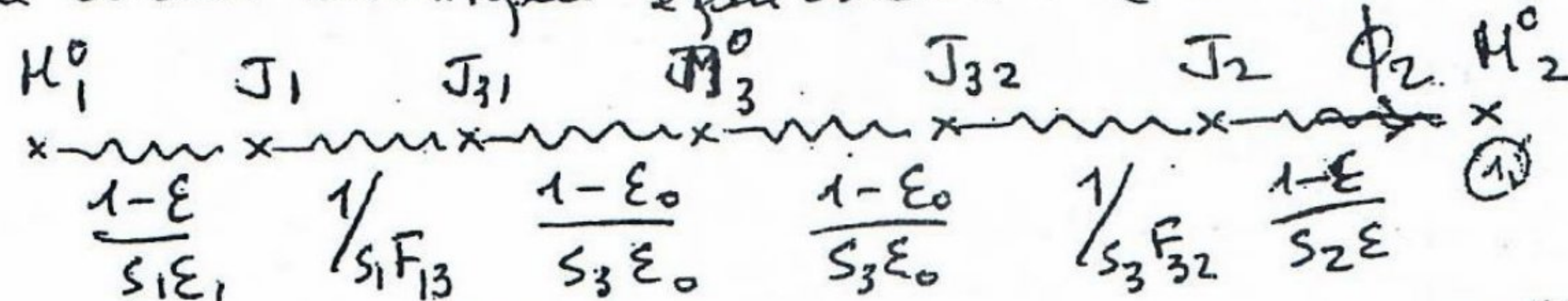
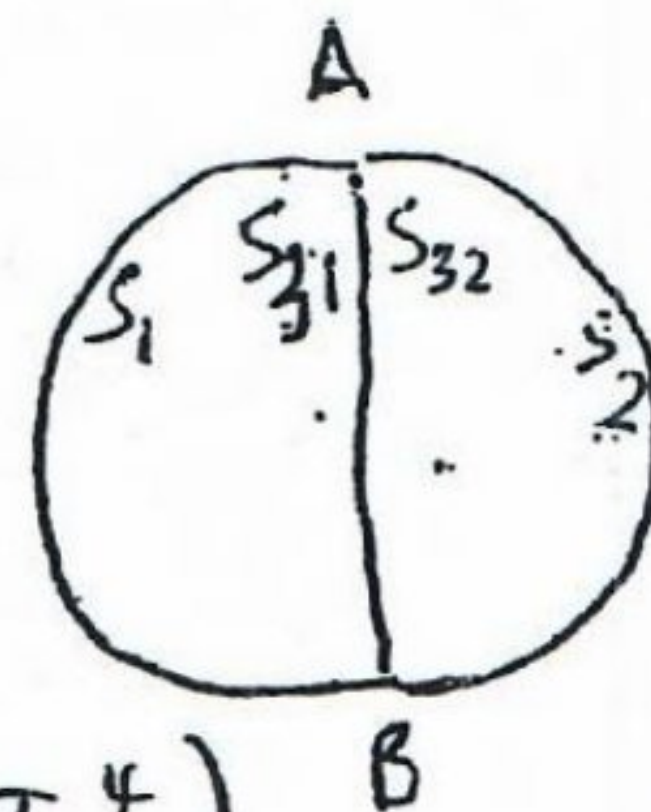


2)  $F_{11} + F_{12} = 1 \rightarrow F_{11} = 1 - \frac{2}{\pi} = \frac{\pi-2}{\pi}$   
 $F_{22} + F_{21} = 1$  et  $S_1 F_{12} = S_2 F_{21} \rightarrow F_{21} = F_{12} = \frac{2}{\pi}$  et  $F_{22} = F_{11} = \frac{\pi-2}{\pi}$

3)  $S_2 \varphi_2 = \frac{H_1^0 - H_2^0}{\frac{1-\epsilon}{S_1 \epsilon} + \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1-\epsilon}{S_2 \epsilon}} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{2 \frac{1-\epsilon}{\epsilon} + \frac{1}{F_{12}}}$

4) A.N  $\varphi_2 = \frac{5,67 \cdot 10^{-8} (400^4 - 300^4)}{2 \frac{1-0,9}{0,9} + \frac{\pi}{2}} = 553,4 W/m^2$

5) le circuit électrique équivalent : ( $S_3 = S_{31} = S_{32}$ )



$S_2 \varphi_2 = \frac{H_1^0 - H_2^0}{2 \frac{1-\epsilon}{S_1 \epsilon} + 2 \frac{1-\epsilon_0}{S_3 \epsilon_0} + \frac{1}{S_1 F_{13}} + \frac{1}{S_3 F_{32}}} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{2 \frac{1-\epsilon}{\epsilon} + 2 \frac{1-\epsilon_0}{S_3 \epsilon_0} + \frac{2}{F_{13}}}$

car  $S_3 F_{32} = S_2 F_{23} = S_1 F_{13} = S_1 F_{12}$  et  $S_1 = S_2$ , en plus  $S_1/S_3 = \pi/2$ .

A.N  $\varphi_2 = \frac{5,67 \cdot 10^{-8} (400^4 - 300^4)}{2 \frac{1-0,9}{0,9} + \pi \frac{1-0,1}{0,1} + 2 \frac{\pi}{2}} = 31,4 W/m^2$

Calcul de  $T_3$ :  $S_2 \varphi_2 = S_1 \varphi_2 = \frac{H_1^0 - H_3^0}{\frac{1-\epsilon}{S_1 \epsilon} + \frac{1}{S_1 F_{13}} + \frac{1-\epsilon_0}{S_3 \epsilon_0}} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_3^4)}{\frac{1-\epsilon}{\epsilon} + \frac{1}{F_{13}} + \frac{S_1}{S_3} \frac{1-\epsilon_0}{\epsilon_0}}$

D'où :

$T_3^4 = T_1^4 - \frac{\varphi_2}{\sigma} \left( \frac{1-\epsilon}{\epsilon} + \frac{1}{F_{13}} + \frac{S_1}{S_3} \frac{1-\epsilon_0}{\epsilon_0} \right)$

A.N  $T_3^4 = 400^4 - \frac{31,4}{5,67 \cdot 10^{-8}} \left( \frac{1-0,9}{0,9} + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \frac{1-0,1}{0,1} \right) = 1,68 \cdot 10^4 K^4$

2)  $T_3 = 360,2 K$



Département de Physique, Filière SMP (S<sub>6</sub>)  
Contrôle #1 - Transferts Thermiques (1h30)

N.B.: - Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

Exercice 1 X

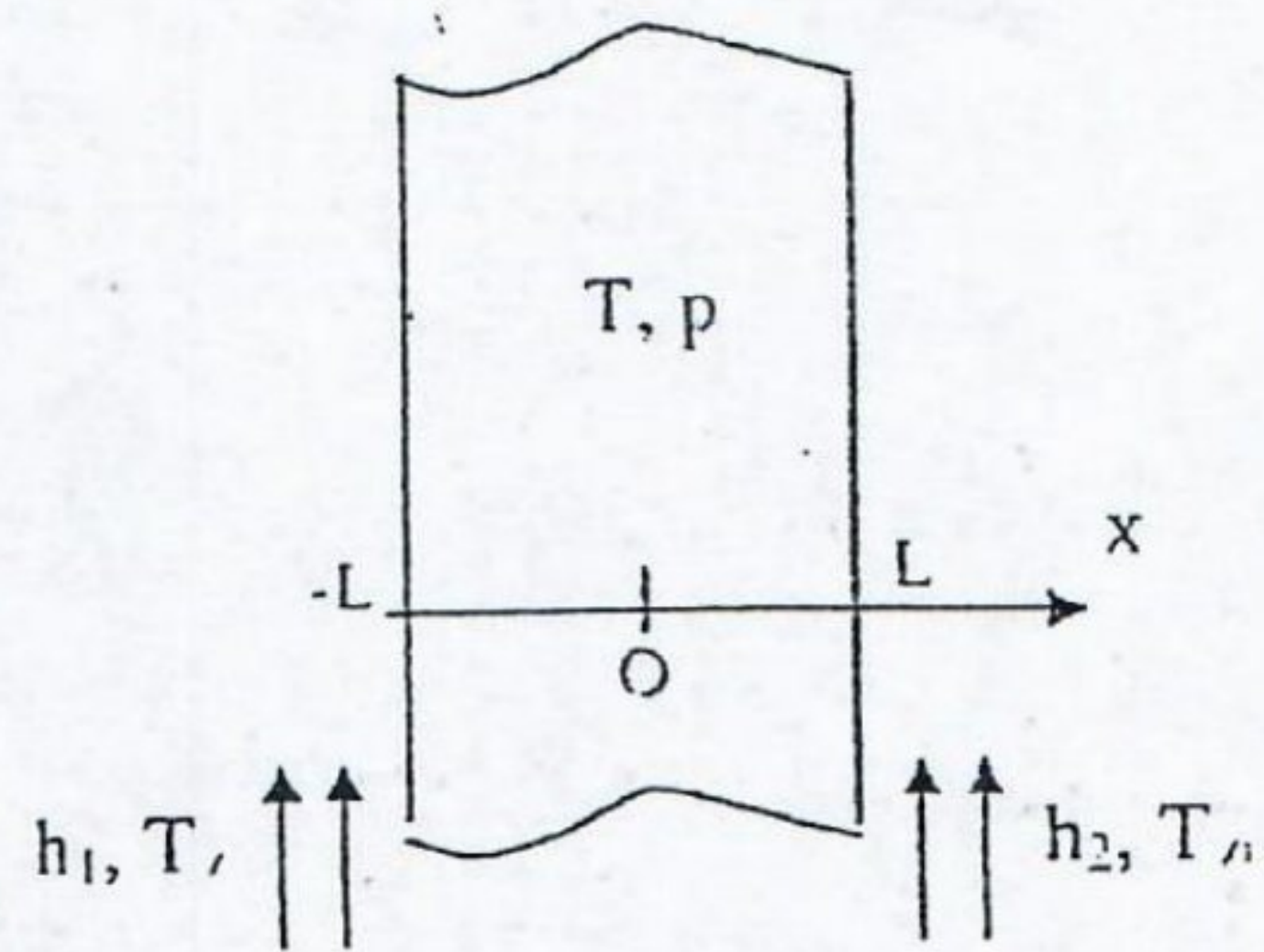
On considère la conduction monodimensionnelle dans une large paroi, d'épaisseur  $2L = 0,04\text{m}$  ( $-L \leq x \leq L$ ) et de conductivité  $\lambda = 5\text{W/mK}$ , au sein de laquelle il y a une génération de chaleur par unité de volume constante  $p(\text{W/m}^3)$ . Les deux faces de la paroi  $x = -L$  et  $x = L$ , échangent par convection avec un fluide à  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ , mais respectivement avec des coefficients  $h_1$  et  $h_2$  (voir figure).

1. En régime permanent la distribution de température dans la paroi est donnée par  $T(x) = a + bx + cx^2$ , où  $a = 100^\circ\text{C}$ ,  $b = -200^\circ\text{C/m}$  et  $c = -2 \cdot 10^4^\circ\text{C/m}^2$ .

Déterminer la génération interne de chaleur  $p$  ainsi que les flux surfaciques  $q_1$  et  $q_2$  sortants des faces  $x = -L$  et  $x = L$  respectivement. Quelle est la relation qui lie  $p$ ,  $q_1$  et  $q_2$  ? expliquez.

2. En un instant, la génération de chaleur est désactivée ( $p = 0$ ). La paroi a une masse volumique  $\rho = 2400\text{kg/m}^3$  et une chaleur spécifique  $C_p = 800\text{J/kgK}$ .

- Calculer la variation de l'énergie stockée par unité de volume dans la paroi en cet instant.
- Avant d'atteindre le nouveau régime d'équilibre, quelle est la quantité d'énergie par unité de surface fournie par la paroi au fluide.

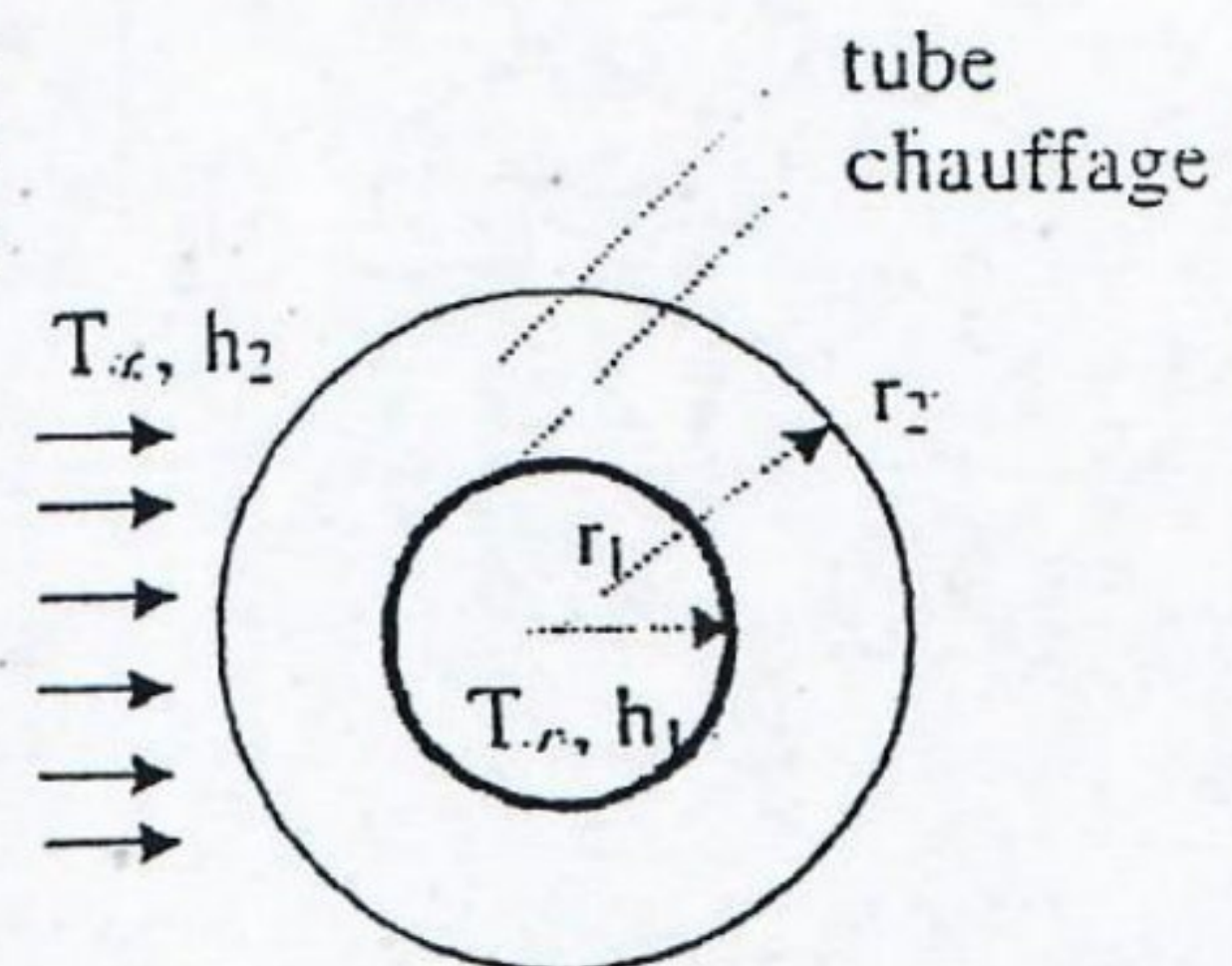


Exercice 2

Un chauffage électrique cylindrique de longueur  $L = 1\text{m}$  ( $L \gg r_2$ ), de faible épaisseur et de puissance  $Q = 1000\text{W}$ , est en contact parfait avec un tube de rayons interne et externe  $r_1 = 0,03$  et  $r_2 = 0,04\text{m}$ . La surface interne du chauffage échange par convection avec un fluide à la température  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$  et un coefficient  $h_1 = 50\text{W/m}^2\text{K}$  alors que la surface externe du tube échange de la chaleur avec le milieu extérieur à  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$  et un coefficient  $h_2 = 20\text{W/m}^2\text{K}$ . Le tube a une conductivité thermique  $\lambda = 45\text{W/mK}$ , une masse volumique  $\rho$  et une chaleur spécifique  $C_p$ .

1. En régime permanent et en utilisant l'analogie électrique, donner le circuit traduisant les échanges de chaleur à travers le système. Calculer toutes les résistances thermiques puis en déduire les températures  $T_1 = T(r_1)$  et  $T_2 = T(r_2)$ .

2. En un instant  $t = 0$ , le chauffage électrique est débranché, en supposant que la température du tube est pratiquement uniforme  $T = T(t)$ , donner l'expression de  $T(t)$  en fonction de  $T_1$  et des autres données du problème.





Exercice 1

$\rho = 0,04 \text{ kg/m}^3$ ;  $\lambda = 5 \text{ W/mK}$ ;  $T_0 = 20^\circ\text{C}$

1)  $T(x) = a + bx + cx^2$

$a = 100^\circ\text{C}$ ;  $b = -200^\circ\text{C/m}$   
 $c = 2 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}^2$

2) Equation de la chaleur

$\frac{d^2 T}{dx^2} = -\frac{1}{\lambda} \Rightarrow p = -\lambda(2c) = -20 \text{ W/m}^2$

$p = -2 \cdot (2 \cdot 10^{-9}) \cdot (5) = -2 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2$

$q_1 = \lambda \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} = \lambda [b + 2cL] = \lambda [b + 2cL]$

$q_1 = 5 \cdot [-200 + 2 \cdot (2 \cdot 10^{-9}) \cdot (0,02)] = -1000 \text{ W/m}^2$

$q_2 = -\lambda \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} = -\lambda [b + 2cL] = -\lambda [b + 2cL]$

$q_2 = -5 \cdot [-200 + 2 \cdot (2 \cdot 10^{-9}) \cdot (0,02)] = 1000 \text{ W/m}^2$

La température varie linéairement par rapport à la position  $x$  car  $x = -L$  et  $x = +L$

Le régime permanent est atteint  $\Rightarrow (2L) \cdot p = q_1 + q_2$

Cette relation est bien vérifiée  $\Rightarrow$  l'approximation est bonne  $\Rightarrow p = 500 \text{ W/m}^2$

2)  $p = 0$ , le régime devient transitoire

a) à cet instant  $T(x) = a + bx + cx^2$  donc il s'agit de la solution en régime transitoire, donc cette variation

$\left( \frac{dE_{st}}{dt} \right)_v = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \lambda(2c) = -p$

$\frac{dE_{st}}{dt} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^3$

b) pour  $t \rightarrow \infty$ ,  $T(x) = T_0 = 20^\circ\text{C}$ , donc l'énergie fournie

$(E_e - E_i)(q) = \rho C_p \int_{-L}^L (T(x) - T_0) dx = \rho C_p \int_{-L}^L (a + bx + cx^2 - T_0) dx$   
 $= \rho C_p \left[ ax + \frac{1}{2} bx^2 + \frac{1}{3} cx^3 - T_0 x \right]_{-L}^L = \rho C_p \left[ 2aL + \frac{2}{3} cL^3 - 2T_0 L \right]$   
 $= 594 \cdot 10^6 \text{ J/m}^3$

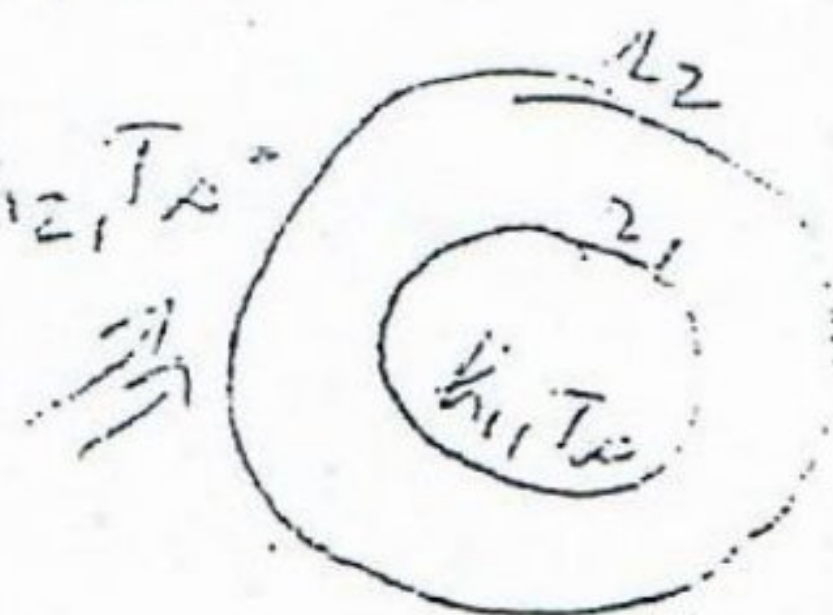
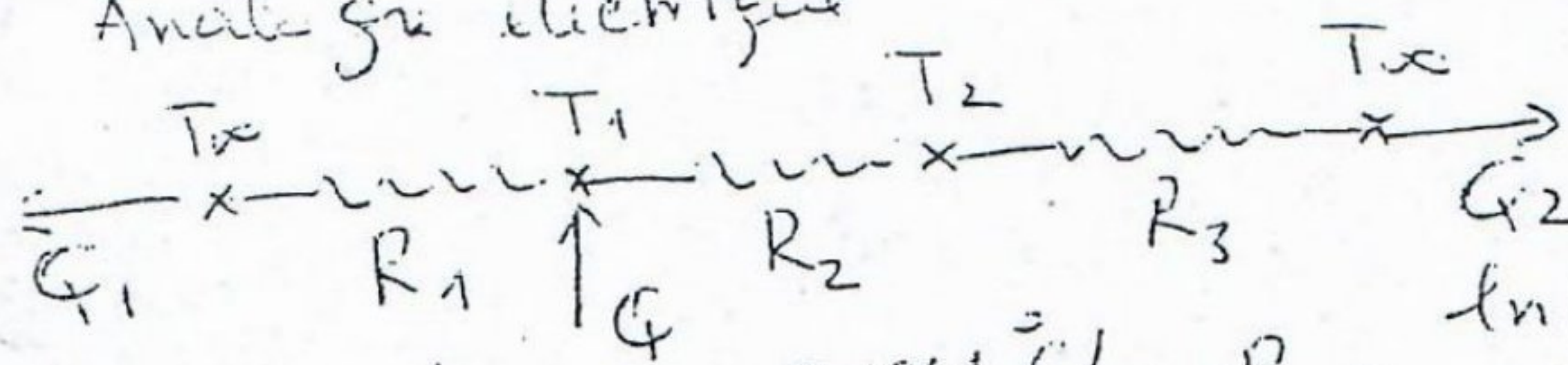


## Exercice 2

$$Q = 1000 \text{ W}, L = 1 \text{ m}, \lambda = 45 \text{ W/mK}, r_1 = 0,03 \text{ m}, r_2 = 0,04 \text{ m}$$

$$T_\infty = 20^\circ \text{C}, h_1 = 50 \text{ W/m}^2\text{K}, h_2 = 20 \text{ W/m}^2\text{K}$$

Analogue électrique



$$R_1 = \frac{1}{h_1(2\pi r_1 L)} = 0,1061 \text{ }^\circ\text{C/W}; R_2 = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L \lambda} = 0,001 \text{ }^\circ\text{C/W}; R_3 = \frac{1}{h_2(2\pi r_2 L)} = 0,1989$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = \frac{T_1 - T_\infty}{R_1} + \frac{T_1 - T_\infty}{R_2 + R_3} \Rightarrow R_1 Q = (T_1 - T_\infty) \left( 1 + \frac{R_1}{R_2 + R_3} \right)$$

$$\Rightarrow T_1 = T_\infty + \frac{R_1 Q}{1 + \frac{R_1}{R_2 + R_3}} = T_\infty + \frac{Q}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3}}$$

A.N  $T_1 = 20 + \frac{1000}{\frac{1}{0,1061} + \frac{1}{0,001 + 0,1989}} = 89,39^\circ \text{C}$

$$Q_2 = \frac{T_1 - T_2}{R_2} = \frac{T_1 - T_\infty}{R_2 + R_3} \rightarrow Q_2 = 346,77 \text{ W et } T_2 = T_1 - R_2 Q_2$$

$$T_2 = 89,0^\circ \text{C}$$

2)  $T_1 \approx T_2 \rightarrow T(t=0) = T_1$  et  $T(r, t) \approx T(t)$

Puissance sur le tube :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho C_p \pi (r_2^2 - r_1^2) L \frac{dT}{dt} = -h_1(2\pi r_1 L)(T(t) - T_\infty) - h_2(2\pi r_2 L)(T(t) - T_\infty) \\ T(t=0) = T_1 \end{array} \right.$$

$$\Theta = T(t) - T_\infty \text{ et } m = \frac{2\pi L (h_1 r_1 + h_2 r_2)}{\rho C_p (r_2^2 - r_1^2)}, \text{ on a}$$

$$\frac{d\Theta}{dt} = -m\Theta$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Theta(t=0) = T_1 - T_\infty = \Theta_1 \end{array} \right. \rightarrow \Theta(t) = \Theta_1 e^{-mt}$$

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_1 - T_\infty} = e^{-mt}$$

1) Résistance du tube :

$$Q = -\lambda(2\pi L \lambda) \frac{dT}{dr} \rightarrow T_1 - T_2 = \frac{Q}{2\pi L \lambda} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi L \lambda} \ln(r_2/r_1) \Rightarrow R = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L \lambda}$$



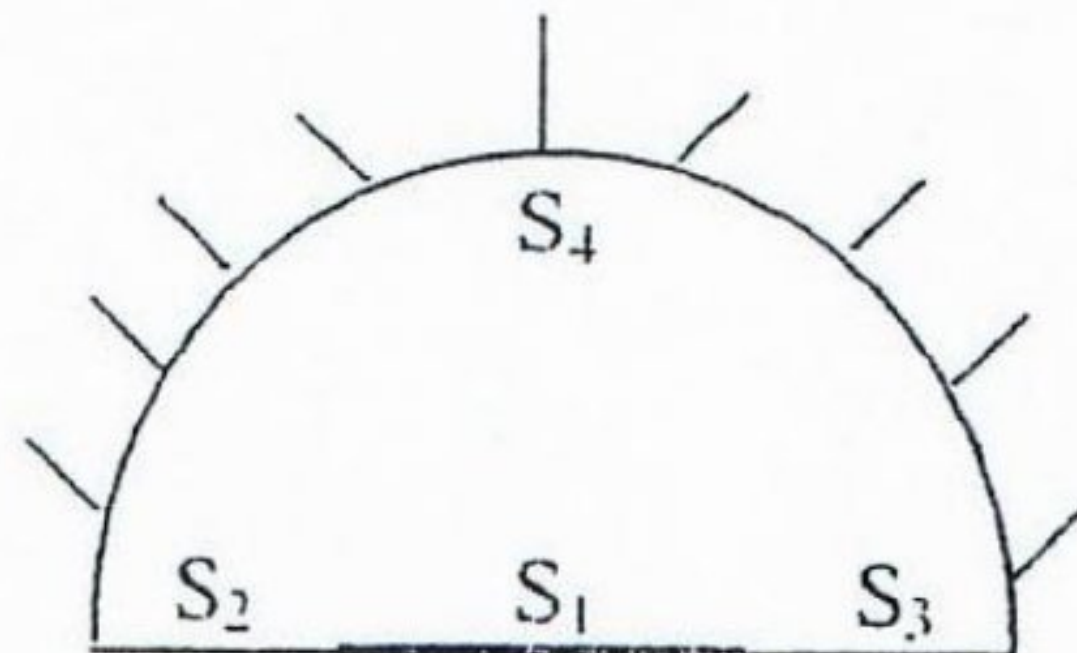
Département de Physique, Filière SMP (S5)  
Contrôle N° 2 - Transferts Thermiques (1h30)

N.B.: Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

**Exercice 1**

Un demi cylindre  $S_4$ , de rayon  $R=1\text{m}$ , de longueur  $L$  ( $L \gg R$ ) et d'émissivité  $\epsilon_4=0,6$ , est parfaitement isolé de l'extérieur. Le long de son axe, une plaque chauffante  $S_1$ , d'émissivité  $\epsilon_1=0,8$ , de largeur  $R$  est maintenue à la température  $T_1=1600\text{K}$ .  $S_1$  est utilisée pour chauffer deux plaques  $S_2$  et  $S_3$  de même largeur  $R/2$ , d'émissivités  $\epsilon_2$  et  $\epsilon_3$  et de températures  $T_2$  et  $T_3$  (voir figure). Toutes les surfaces sont grises et diffusantes et ont la même longueur  $L$ . Le régime est permanent et on ne considère que les transferts radiatifs. Les effets des bords sont négligeables. La constante de Stefan-Boltzmann est  $\sigma=5.67 \cdot 10^{-8} \text{W/m}^2\text{K}^4$ .

1. Sachant que  $F_{14}=F_{24}=F_{34}=1$ , calculer les facteurs de forme  $F_{4j}$ ,  $j=1,2,3,4$ .
2. a)- En utilisant l'analogie électrique (représenter le circuit en précisant les nœuds et les résistances), déterminer l'équation (sans la résoudre) qui permet de calculer la radiosité  $J_4$  de  $S_4$ .  
b)- Pour  $\epsilon_2=\epsilon_3=\epsilon_1=0,8$  et  $T_2=T_3=500\text{K}$ , calculer  $J_4$ . En déduire la température  $T_4$  de  $S_4$ .  
c)- Calculer les flux par unité de longueur qu'il faut fournir ou soustraire aux surfaces  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S_3$ . Quel est l'effet de  $\epsilon_4$ .



**Exercice 2**

Un tube très mince, de diamètre interne  $D=0.05\text{ m}$  et de longueur  $L=1\text{ m}$ , est maintenu à une température  $T_p$  supposée uniforme. Un débit d'air  $\dot{m}=0.001\text{ kg/s}$  entre dans le tube à une température  $T_m(x=0)=20^\circ\text{C}$  et en ressort à  $T_m(x=L)=50^\circ\text{C}$ .

- 1- Quelle est la densité moyenne de flux de chaleur fournie par le tube à l'air?
- 2- Calculer les longueurs d'établissement hydrodynamique et thermique
- 3- Quel est le coefficient moyen de convection entre le tube et le fluide?
- 4- Calculer la température du tube  $T_p$ .

Propriétés de l'air (unités SI)  $C_p=1007$ ,  $\mu=188 \cdot 10^{-7}$ ,  $\lambda=0.0269$ ,  $Pr=0.71$

Régime laminaire, zones établies :  $Nu_{m,p} = 3.66$ .

$$Re = 13.55, 15$$

Régime laminaire, zones d'entrée :  $Nu_{m,p} = 1.86 \left( \frac{Re_p Pr}{L/D} \right)^{1/3} \left( \frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0.14}$ ,  $\mu_p=210 \cdot 10^{-7}$

Régime turbulent :  $Nu_{m,p} = 0.027 Re_p^{4/5} Pr^{1/3} \left( \frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0.14}$ ,  $\mu_p=210 \cdot 10^{-7}$

$$q = \dot{m} c_p (T_m(L) - T_m(0))$$

$$= h_a (T_p(x) - T_m(x)) \cdot L$$



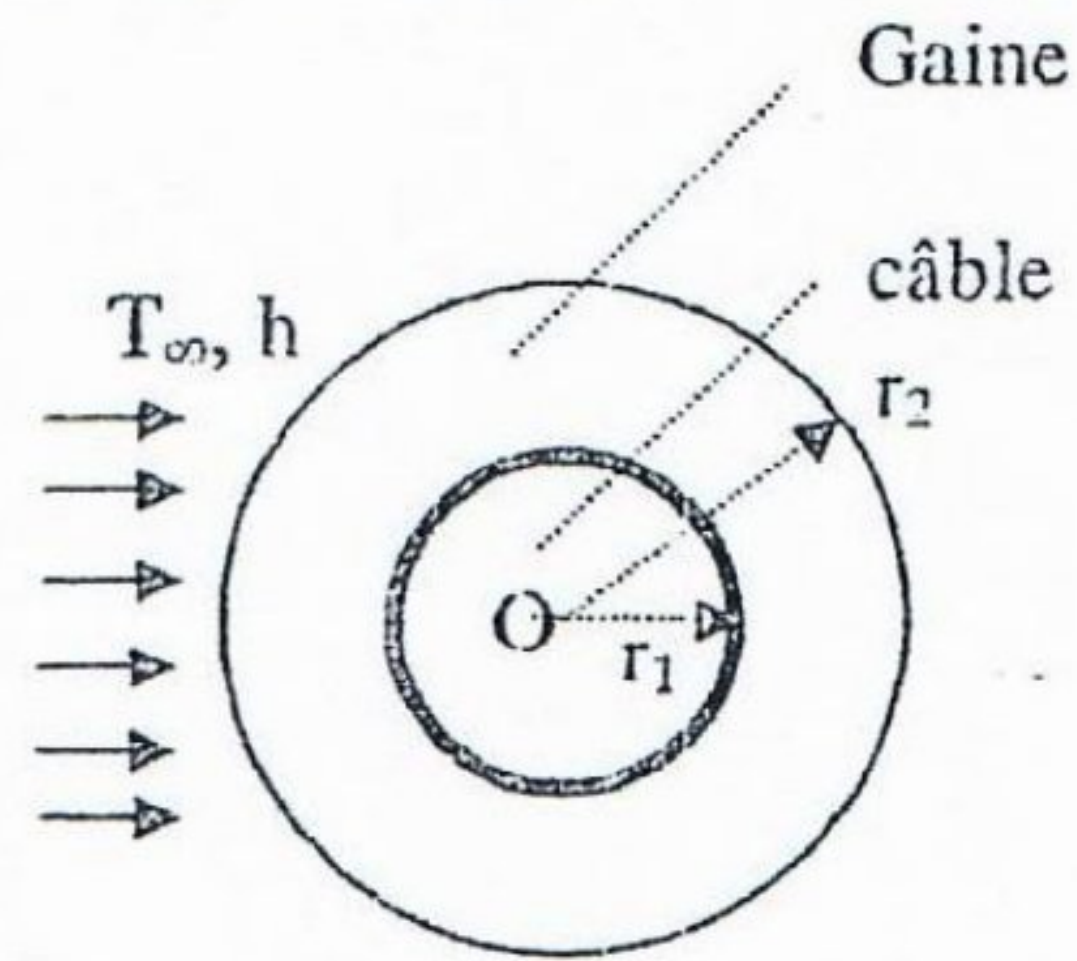
Département de Physique, Filière SMP (S6)  
Contrôle N° 1 - Transferts Thermiques (1h30)

**Exercice 1**

N.B.: - Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

Un câble, de longueur  $L=1\text{m}$  et de rayon  $r_1=0,02\text{m}$ , au sein duquel il y a une génération interne de chaleur uniforme  $p=10^5(\text{W/m}^3)$  est protégé par une gaine de rayons interne et externe  $r_1$  et  $r_2=0,03\text{m}$ . La surface externe de la gaine échange de la chaleur avec le milieu ambiant à la température  $T_\infty=20^\circ\text{C}$ , avec un coefficient  $h=20\text{W/m}^2\text{K}$ . La conductivité thermique du câble est  $\lambda_1=15\text{W/mK}$  et celle de la gaine  $\lambda_2=0,8\text{W/mK}$ . La conduction est monodimensionnelle et en régime permanent (voir figure).

1. En utilisant l'analogie électrique, calculer les températures  $T_1=T(r=r_1)$  et  $T_2=T(r=r_2)$ .
2. En résolvant l'équation de la chaleur dans le câble, déterminer la distribution de température  $T(r)$ . Calculer la température maximale dans le câble.

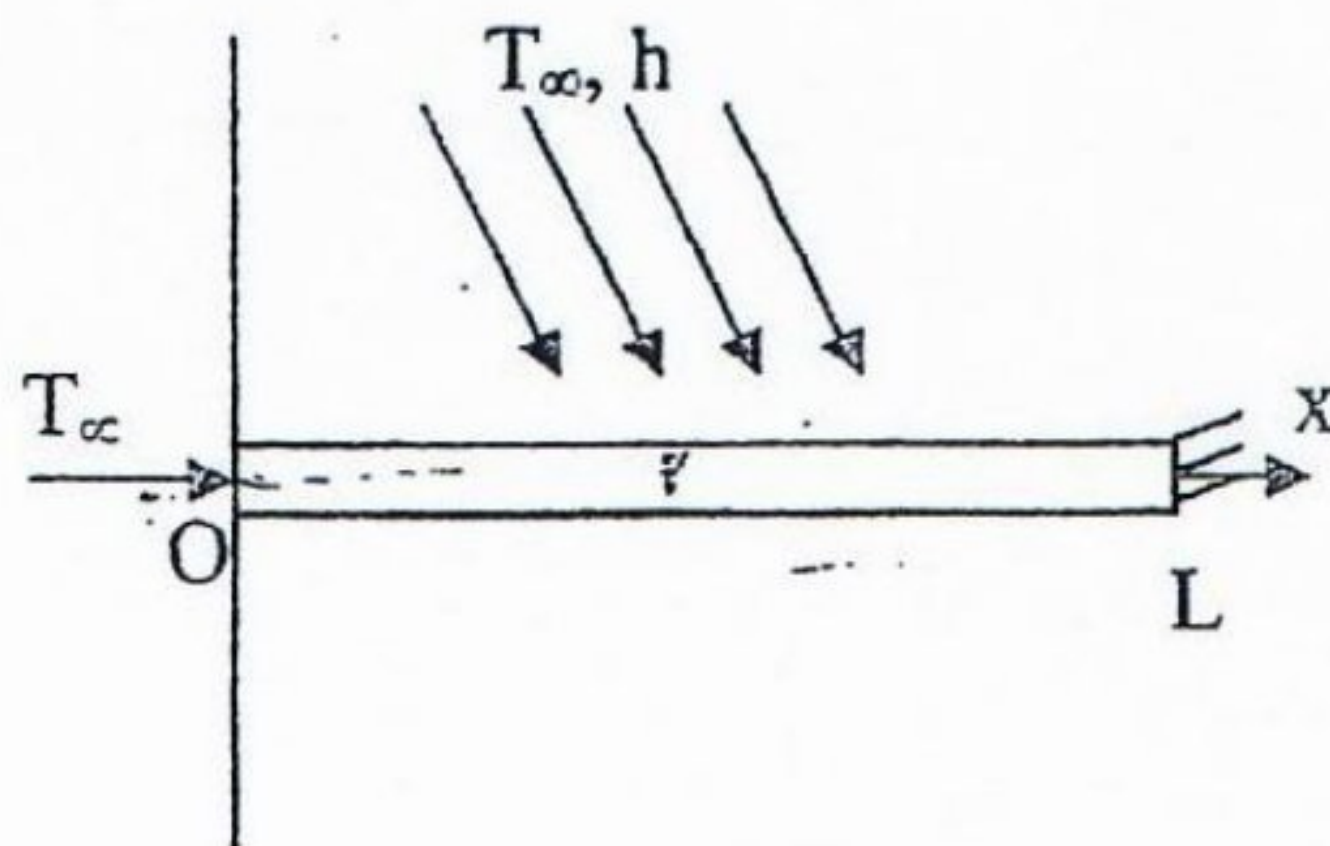


**Exercice 2**

On considère une barre de section carrée de côté  $D$ , de conductivité  $\lambda$  et de longueur  $L$ , au sein de laquelle il y a une génération interne de chaleur uniforme  $p(\text{W/m}^3)$ . La base ( $x=0$ ) est maintenue à la température  $T_\infty$  alors que le bout ( $x=L$ ) est adiabatique. La barre échange avec un fluide à  $T_\infty$  avec un coefficient d'échange constant  $h$  (voir figure).

Le régime est permanent et le problème est considéré unidirectionnel ( $T=T(x)$ ).

1. A partir du bilan thermique sur un élément de volume, déterminer l'expression de la température en une section donnée  $T(x)$ . En déduire la température en  $x=L$ .
2. Calculer le flux  $Q_0$  sortant de la barre en  $x=0$  et celui fourni au fluide  $Q_f$ . Donner la relation entre  $Q_0$ ,  $Q_f$  et la puissance générée  $P$  au sein de la barre.





### Exercice 1

N.B.: - Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

L'absorptivité  $\alpha_\lambda$  et la réflectivité  $\rho_\lambda$  monochromatiques d'un corps diffusant sont :

$$\lambda \leq \lambda_1 = 1,38 \mu\text{m} \rightarrow \alpha_{\lambda,1} = 0,2 \text{ et } \lambda > \lambda_1 \rightarrow \alpha_{\lambda,2} = 1$$

$$\lambda \leq \lambda_1 = 1,38 \mu\text{m} \rightarrow \rho_{\lambda,1} = 0,1 \text{ et } \lambda > \lambda_1 \rightarrow \rho_{\lambda,2} = 0$$

1. Le corps est exposé à un rayonnement d'éclairement  $E = 750 \text{ W/m}^2$  ayant une distribution spectrale proportionnelle à celle d'un corps noir à la température  $T_0 = 5800 \text{ K}$  ( $E_\lambda = C \cdot M_\lambda(T_0 = 5800 \text{ K})$ ,  $C$  constante). Calculer la transmissivité, l'absorptivité et la réflectivité totales hémisphériques du corps (voir le tableau des fractions  $f_{0-\lambda}$  de l'émittance d'un corps noir).

2. Si la température du corps est  $T = 350 \text{ K}$ , calculer l'émissivité totale hémisphérique.

3. Donner le flux radiatif surfacique net reçu par le corps en ne tenant compte que de  $E$ .

La constante de Stefan-Boltzmann,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ .

$\lambda T$ $\mu\text{m.K}$	$f_{0-\lambda}$	$\lambda T$ $\mu\text{m.K}$	$f_{0-\lambda}$	$\lambda T$ $\mu\text{m.K}$	$f_{0-\lambda}$
300	0	2000	0.067	8000	0.856
500	0	5000	0.638	8500	0.875
1000	0	6000	0.738	9000	0.890

### Exercice 2

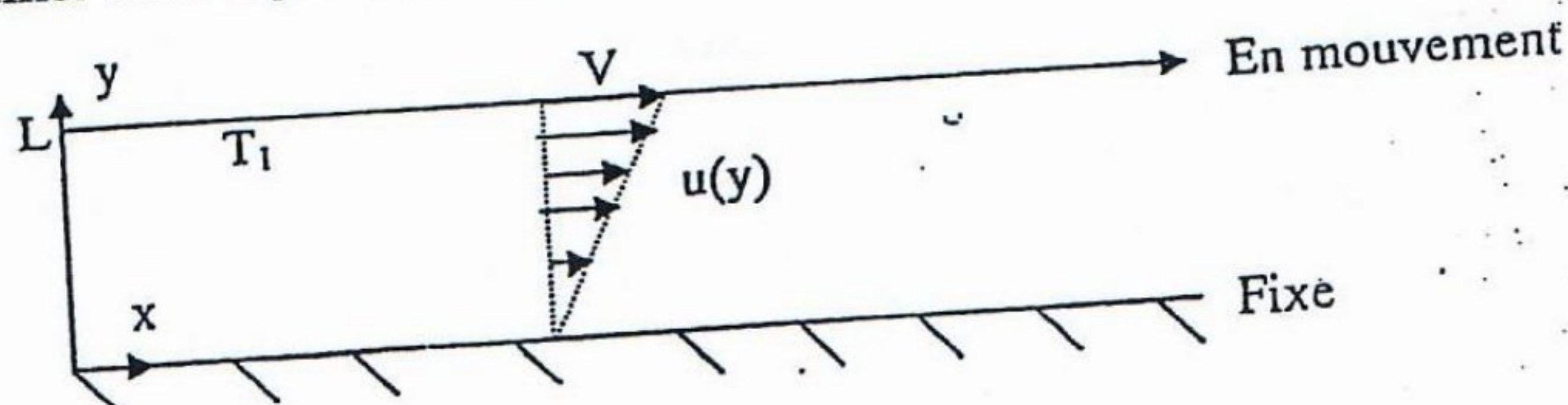
On considère l'écoulement de Couette avec la plaque ( $y=L$ ), animée d'une vitesse uniforme  $V = \text{cte}$ , maintenue à la température  $T(y=L) = T_1$  alors que celle qui est fixe ( $y=0$ ), elle est adiabatique (voir figure). Le fluide est incompressible de densité  $\rho$ , de viscosité  $\mu$ , de conductivité  $\lambda$  et de chaleur spécifique  $c_p$ . L'écoulement est en régime permanent, les propriétés sont constantes et les forces de volume sont négligeables.

1. Pour un écoulement développé, la distribution de vitesse entre les deux plaques est  $u(y) = (V/L)y$ .

Montrer que l'équation de l'énergie  $\rho c_p \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu \Phi$ , avec

$$\Phi = 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2, \text{ se réduit pour } T(x,y) = T(y) \text{ à } \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = -\mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2.$$

2. Déterminer la distribution de température entre les plaques. En déduire la température maximale.
3. En utilisant la loi de Fourier, calculer le flux surfacique reçu par la plaque en mouvement. D'où provient ce flux ? justifier votre réponse par calcul.





$$\begin{aligned} 1. \quad & \alpha(\lambda \leq \lambda_1) = \alpha_{\lambda 1} = 0,2 & \alpha(\lambda > \lambda_1) = \alpha_{\lambda 2} = 1 \\ 1,38 \mu\text{m}: & \beta(\lambda \leq \lambda_1) = \beta_{\lambda 1} = 0,1 & \beta(\lambda > \lambda_1) = \beta_{\lambda 2} = 0 \end{aligned}$$

$$\tau_\lambda = 1 - \alpha_\lambda - \beta_\lambda \rightarrow \tau_\lambda(\lambda \leq \lambda_1) = 1 - 0,2 - 0,1 = 0,7 = \tau_{\lambda 1} \quad \tau_\lambda(\lambda > \lambda_1) = 1 - 1 - 0 = 0 = \tau_{\lambda 2}$$

$$\tau = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda E_\lambda d\lambda}{E} = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda M_\lambda^0(T_0) d\lambda}{M^0(T_0)} = \tau_{\lambda 1} f_{0-\lambda_1 T_0} = (0,7)(0,856) = 0,599 \quad \tau E$$

$$\lambda_1 T_0 = 1,38 \times 5800 = 8004 \mu\text{mK} \rightarrow f_{0-\lambda_1 T_0} = 0,856$$

$$\alpha = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda E_\lambda d\lambda}{E} = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda M_\lambda^0(T_0) d\lambda}{M^0} = \alpha_{\lambda 1} f_{0-\lambda_1 T_0} + (1 - f_{0-\lambda_1 T_0}) \alpha_{\lambda 2} = (0,2)(0,856) + (1 - 0,856)(1) = 0,315$$

$$\beta = \frac{\int_0^\infty \beta_\lambda E_\lambda d\lambda}{E} = \frac{\int_0^\infty \beta_\lambda M_\lambda^0(T_0) d\lambda}{M^0} = \beta_{\lambda 1} f_{0-\lambda_1 T_0} = 0,0856$$

$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda M_\lambda^0(T) d\lambda}{M^0(T)} = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda M_\lambda^0(T) d\lambda}{M^0(T)} = \alpha_{\lambda 1} f_{0-\lambda_1 T} + (1 - f_{0-\lambda_1 T}) \alpha_{\lambda 2}$$

$$\lambda_1 T = 483 \mu\text{mK} \rightarrow f_{0-\lambda_1 T} = 0 \rightarrow \varepsilon = \alpha_{\lambda 2} = 1$$

le flux net reçu par le corps est:

$$\varphi = \alpha E - M = E - (\beta E + \tau E) - M = \alpha E - \varepsilon \sigma T^4$$

$$\varphi = 0,315 \times 750 - 5,67 \times 10^{-8} (350)^4 = -615 \text{ W/m}^2$$

Donc le corps absorbe moins que ce qu'il perd par émission.

