

Ngày 3 tháng 2 năm 2013

(Đề chính thức có 01 trang)

Thời gian: 180 phút không kể thời gian giao đề

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 1$ có đồ thị (C_m) với m là tham số

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1) khi $m = -1$

2) Tìm m để đường thẳng $(d): y = x + 1$ cắt đồ thị (C_m) tại 3 điểm phân biệt $P(0,1), M, N$ sao cho bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OMN bằng $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ với $O(0;0)$

Câu II (2,0 điểm) 1) Giải phương trình: $2\cos^2 2x - 2\cos 2x + 4\sin 6x + \cos 4x = 1 + 4\sqrt{3}\sin 3x \cos x$

2) Giải bất phương trình: $2x\sqrt{x} + \frac{5-4x}{\sqrt{x}} \geq \sqrt{x + \frac{10}{x}} - 2$

Câu III (1,0 điểm) Tính tích phân sau $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \sin 2x}{2\sin x \cos^3 x + \cos^4 x} dx$

Câu IV (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $2AC = BC = 2a$. Mặt phẳng (SAC) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AH và SB .

Câu V (1,0 điểm) Giải phương trình $\frac{2(1+2^{5x})}{1+2^x} + \frac{2^{3x+1}}{1+2^{2x}} = 2^x(1+2^x+2^{2x})$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3,0 điểm) - Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a (2,0 điểm) 1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y-1)^2 = 9$ và đường thẳng $(d): x + y - 10 = 0$. Từ điểm M trên (d) kẻ hai tiếp tuyến đến (C) , gọi A, B là hai tiếp điểm.

Tìm tọa độ điểm M sao cho độ dài đoạn $AB = 3\sqrt{2}$

2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;1;2), B(0;-1;3)$. Gọi C là giao điểm của đường thẳng (AB) và $mp(Oxy)$. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng (AB) sao cho mặt cầu tâm M bán kính MC cắt $mp(Oxy)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng $2\sqrt{5}$.

Câu VII.a (1,0 điểm) Với mọi $n \in N, n \geq 3$. Giải phương trình $\frac{1}{C_3^3} + \frac{1}{C_4^3} + \frac{1}{C_5^3} + \dots + \frac{1}{C_n^3} = \frac{89}{30}$

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu VI.b (2,0 điểm) 1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC vuông tại A , biết B và C đối xứng nhau qua gốc tọa độ O . Đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là đường thẳng $(d): x + 2y - 5 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC , biết đường thẳng AC đi qua điểm $K(6;2)$

2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho bốn điểm $A(0;0;-1), B(1;2;1), C(2;1;-1), D(3;3;-3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng AB và điểm N thuộc trục hoành sao cho đường thẳng MN vuông góc với đường thẳng CD và độ dài $MN = 3$

Câu VII.b (1,0 điểm) Tìm số nguyên dương n thỏa

$$(n+1) \left(C_n^0 + \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{3} C_n^2 + \frac{1}{4} C_n^3 + \dots + \frac{1}{n+1} C_n^n \right) = 1023$$

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC 03-02-2013

Câu	Đáp án	Điểm
I	Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 1$ (1) có đồ thị (C_m) với m là tham số 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1) khi $m = -1$ 2) Tìm m để đường thẳng (d): $y = x + 1$ cắt đồ thị (C_m) tại 3 điểm phân biệt $P(0,1), M, N$ sao cho bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OMN bằng $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ với $O(0;0)$	2,0
	1) Học sinh tự vẽ	
	2) Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và (d): $x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 1 = x + 1$ $\Leftrightarrow x(x^2 - 3x + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow P(0;1) \\ x^2 - 3x + m = 0(2) \end{cases}$ Để (C_m) cắt (d) tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow (2)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m < \frac{9}{4} \end{cases}$ Giả sử $M(x_1; x_1 + 1), N(x_2; x_2 + 1)$ khi đó $x_1; x_2$ là nghiệm của pt(2) Ta có $S_{OMN} = \frac{1}{2} MN \cdot d(O; (d)) = \frac{OM \cdot ON \cdot MN}{4R}$ (với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OMN) $\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot d(O; (d)) = \frac{OM \cdot ON}{4R} \Leftrightarrow OM \cdot ON = 2R \cdot d(O; (d)) = 5\sqrt{2} d(O; (d))(3)$ Mà ta có $OM \cdot ON = \sqrt{(2x_1^2 + 2x_1 + 1)(2x_2^2 + 2x_2 + 1)}$ Với $x_1^2 = 3x_1 - m; x_2^2 = 3x_2 - m$ $\Rightarrow OM \cdot ON = \sqrt{4m^2 + 12m + 25}$ $* d(O; (d)) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ Khi đó thế vào (3) ta được $\sqrt{4m^2 + 12m + 25} = 5\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -3 \end{cases}$ thỏa đề chỉ có $m = -3$	
	1) Giải phương trình: $2\cos^2 2x - 2\cos 2x + 4\sin 6x = 1 - \cos 4x + 4\sqrt{3} \sin 3x \cos x$	1,0
	$pt \Leftrightarrow 2\cos^2 2x - 2\cos 2x + 4\sin 6x = 2\sin^2 2x + 4\sqrt{3} \sin 3x \cos x$ $\Leftrightarrow \cos^2 2x - \cos 2x + 2\sin 6x = \sin^2 2x + 2\sqrt{3} \sin 3x \cos x$ $\Leftrightarrow \cos^2 2x - \sin^2 2x - \cos 2x + 2\sin 6x = 2\sqrt{3} \sin 3x \cos x$	

II	$\Leftrightarrow \cos 4x - \cos 2x + 2 \sin 6x = 2\sqrt{3} \sin 3x \cos x$ $\Leftrightarrow -2 \sin 3x \sin x + 4 \sin 3x \cos 3x = 2\sqrt{3} \sin 3x \cos x$ $\Leftrightarrow -2 \sin 3x (\sin x - 2 \cos 3x + \sqrt{3} \cos x) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 3x = 0 \\ \sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \cos 3x \end{cases}$ $* \sin 3x = 0 \Leftrightarrow x = k \frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$ $* \sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \cos 3x \Leftrightarrow \cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = \cos 3x$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ <p>Vậy nghiệm của phương trình là $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi; x = \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}; x = \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$</p>	
	<p>2) Giải bất phương trình: $2x\sqrt{x} + \frac{5-4x}{\sqrt{x}} \geq \sqrt{x + \frac{10}{x}} - 2 \quad (1)$</p>	1,0
	<p>ĐK: $\begin{cases} x > 0 \\ x + \frac{10}{x} - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 - 2x + 10 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0$</p> <p>Bpt(1) $\Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 5 \geq \sqrt{x^2 - 2x + 10} \Leftrightarrow 2(x^2 - 2x + 10) - 15 \geq \sqrt{x^2 - 2x + 10}$</p> <p>Đặt $t = \sqrt{x^2 - 2x + 10} = \sqrt{(x-1)^2 + 9} \geq 3 (*)$</p> <p>Bpt trở thành $2t^2 - t - 15 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq -\frac{5}{2} \\ t \geq 3 \end{cases} \Rightarrow t \geq 3 (do (*))$</p> <p>$t \geq 3 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x + 10} \geq 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 0 (h/n)$</p> <p>Vậy nghiệm bất phương trình là $x \in (0; +\infty)$</p>	
III	<p>Tính tích phân sau $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \sin 2x}{2 \sin x \cos^3 x + \cos^4 x} dx$</p> $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x + \cos x)^2}{\cos^2 x (2 \sin x \cos x + \cos^2 x)} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x (\tan x + 1)^2}{\cos^4 x (2 \tan x + 1)} dx$ $= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(\tan x + 1)^2}{\cos^2 x (2 \tan x + 1)} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(\tan x + 1)^2}{(2 \tan x + 1)} d(\tan x)$ <p>Đặt $t = \tan x \Rightarrow dt = d(\tan x) = \frac{1}{\cos^2 x} dx$</p>	1,0

Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = 1 \end{cases}$

Khi đó

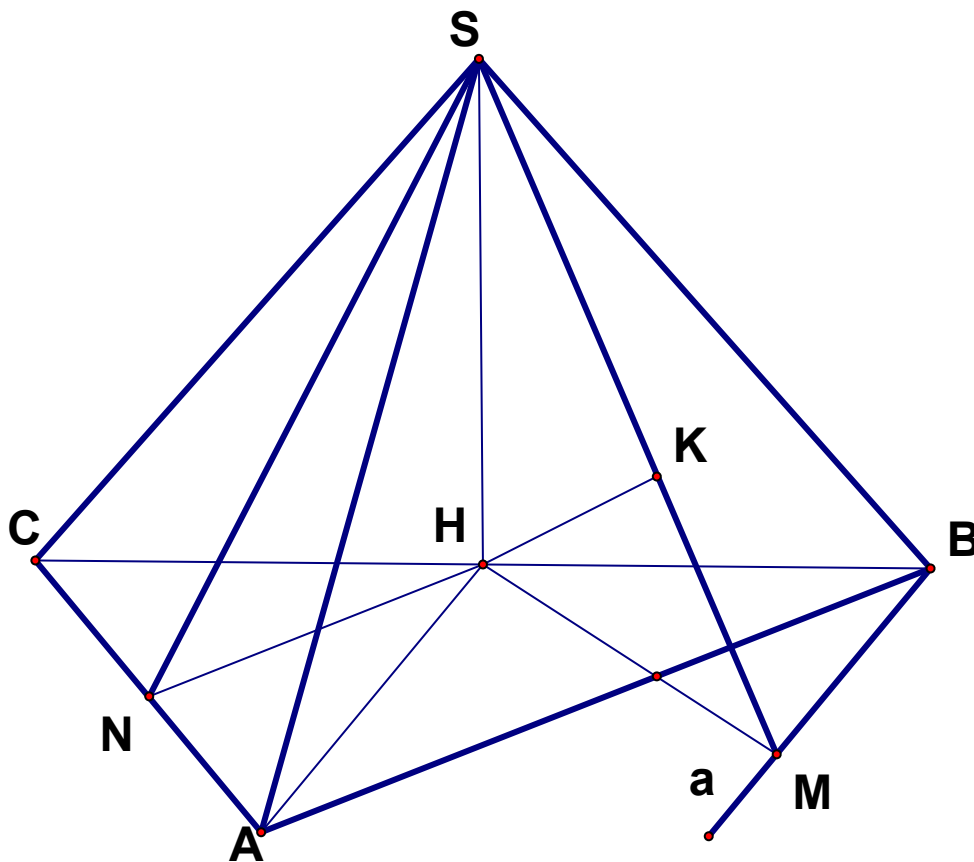
$$I = \int_0^1 \frac{(t+1)^2}{2t+1} dt = \frac{1}{4} \int_0^1 \frac{(2t+1)(2t-1) + 4(2t+1) + 1}{2t+1} dt = \int_0^1 \left(2t - 1 + 4 + \frac{1}{2t+1} \right) dt$$

$$I = \frac{1}{4} \left(t^2 + 3t + \frac{1}{2} \ln|2t+1| \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{4} \left(4 + \frac{1}{2} \ln 3 \right) = 1 + \frac{1}{8} \ln 3$$

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $2AC = BC = 2a$. Mặt phẳng (SAC) tạo với (ABC) một góc 60° . Hình chiếu H của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh BC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng HA và SB

1,0

IV



ΔABC vuông tại A có $BC = 2a, AC = a; \widehat{B} = 30^\circ, \widehat{C} = 60^\circ$

Gọi N là trung điểm của AC Vì

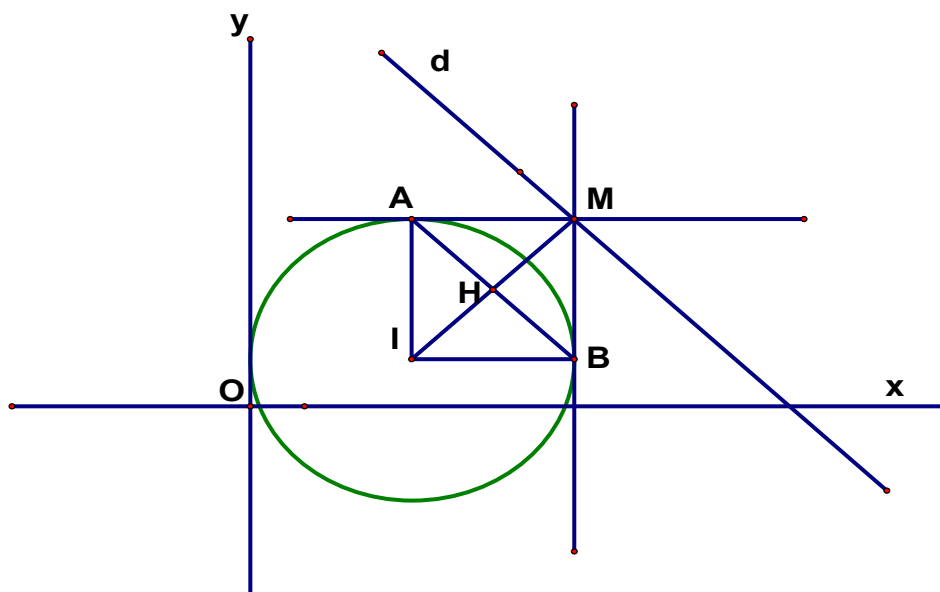
$$AC \perp AB \Rightarrow AC \perp HN, AC \perp SH$$

$$\Rightarrow AC \perp (SHN) \Rightarrow \widehat{SNH} = 60^\circ$$

Trong tam giác $SNH \Rightarrow HN = \frac{a\sqrt{3}}{2}; SH = \frac{3a}{2}$

	$S_{\Delta ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH . S_{ABC} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$ <p>Kẻ $a // AH$ (a đi qua B) $\Rightarrow HA // (SB, a)$</p> <p>Gọi M là hình chiếu của H lên a và K là hình chiếu của H trên SM khi đi $HK = d(HA; SB)$</p> <p>Tam giác ACH đều nên góc $\widehat{HBM} = 60^0 \Rightarrow HM = HB \sin 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$</p> <p>Trong tam giác SHM ta có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HM^2} + \frac{1}{HS^2} \Leftrightarrow HK = \frac{3a}{4}$</p>	
V	<p>Giải phương trình $\frac{2(1+2^{5x})}{1+2^x} + \frac{2^{3x+1}}{1+2^{2x}} = 2^x(1+2^x+2^{2x})$</p>	1,0
	<p>pt $\Leftrightarrow \frac{2}{1+2^x} + \frac{2.2^{3x}}{1+4^x} + \frac{2.32^x}{1+2^x} = 2^x + 4^x + 8^x$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{1}{1+2^x} + \frac{8^x}{1+4^x} + \frac{32^x}{1+2^x} = \frac{2^x + 4^x + 8^x}{2}$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{4^x}{4^x + 8^x} + \frac{16^x}{2^x + 8^x} + \frac{64^x}{2^x + 4^x} = \frac{2^x + 4^x + 8^x}{2}$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{(2^x)^2}{4^x + 8^x} + \frac{(4^x)^2}{2^x + 8^x} + \frac{(8^x)^2}{2^x + 4^x} = \frac{2^x + 4^x + 8^x}{2}$</p> <p>Ta có $\frac{(2^x)^2}{4^x + 8^x} + \frac{(4^x)^2}{2^x + 8^x} + \frac{(8^x)^2}{2^x + 4^x} \geq \frac{(2^x + 4^x + 8^x)^2}{2(2^x + 4^x + 8^x)} = \frac{2^x + 4^x + 8^x}{2}$</p> <p>Vậy $\frac{(2^x)^2}{4^x + 8^x} + \frac{(4^x)^2}{2^x + 8^x} + \frac{(8^x)^2}{2^x + 4^x} = \frac{2^x + 4^x + 8^x}{2} \Leftrightarrow \frac{2^x}{4^x + 8^x} = \frac{4^x}{2^x + 8^x} = \frac{8^x}{2^x + 4^x}$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2^x}{4^x + 8^x} = \frac{4^x}{2^x + 8^x} \\ \frac{2^x}{4^x + 8^x} = \frac{8^x}{2^x + 4^x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2^x + 4^x} = \frac{2^x}{1 + 4^x} \\ \frac{1}{2^x + 4^x} = \frac{4^x}{1 + 2^x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 4^x = 4^x + 8^x \\ 1 + 2^x = 8^x + 16^x \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$</p>	
		2,0
	<p>1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y-1)^2 = 9$ và đường thẳng $(d): x + y - 10 = 0$. Từ điểm M trên (d) kẻ hai tiếp tuyến đến (C), gọi A, B là hai tiếp điểm. Tìm tọa độ điểm M sao cho độ dài $AB = 3\sqrt{2}$</p>	1,0

Via



Đường tròn (C) có tâm $I(3;1)$, $R = OA = 3$

Gọi $H = AB \cap IM$, do H là trung điểm của AB nên $AH = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. Suy ra:

$$IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \sqrt{9 - \frac{9}{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ và } IM = \frac{IA^2}{IH} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

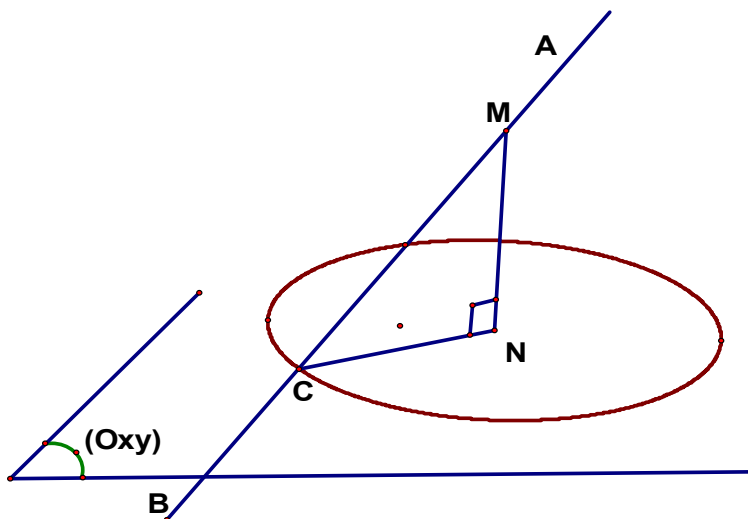
Gọi $M(a;10-a) \in (d)$ ta có $IM^2 = 18 \Leftrightarrow (a-3)^2 + (9-a)^2 = 18$

$$2a^2 - 24a + 90 = 18 \Leftrightarrow a^2 - 12a + 36 = 0 \Leftrightarrow a = 6$$

Vậy $M(6;4)$

2) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;1;2), B(0;-1;3)$. Gọi C là giao điểm của đường thẳng AB và $mp(Oxy)$. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng (AB) sao cho mặt cầu tâm M bán kính MC cắt mặt phẳng (Oxy) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng $2\sqrt{5}$

1,0



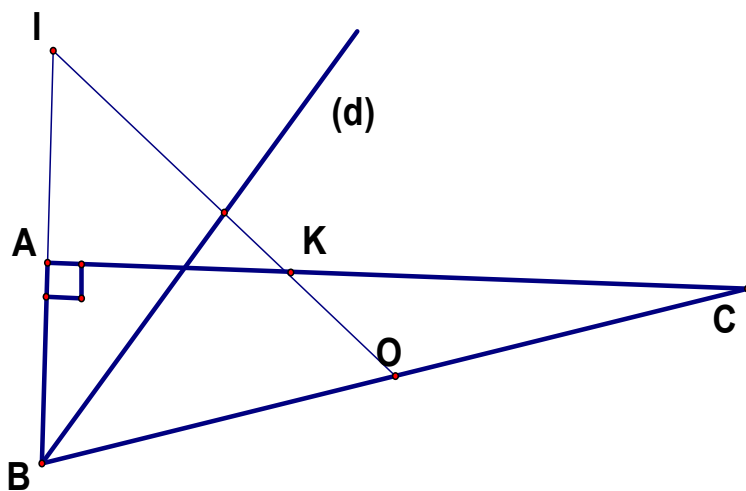
Gọi $C(c_1; c_2; 0) \in (Oxy)$ khi đó ta có $\overrightarrow{AC} = (c_1 - 1; c_2 - 1; -2); \overrightarrow{AB} = (-1; -2; 1)$

Do $C = (AB) \cap (Oxy) \Rightarrow C \in (AB)$ khi đó $\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AB}$ cùng phương

Nên tồn tại số thực k sao cho $\overrightarrow{AC} = k \overrightarrow{AB}$

	<p>Vậy $\overrightarrow{AC} = k \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 - 1 = -k \\ c_2 - 1 = -2k \\ -2 = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = 3 \\ c_2 = 5 \end{cases} \Rightarrow C(3;5;0)$</p> <p>Gọi $M(m,n,p) \in (AB) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (m-1; n-1; p-2); \overrightarrow{AB} = (-1; -2; 1)$ $\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{AB}$ cùng phương nên tồn tại số thực t sao cho</p> <p>$\overrightarrow{AM} = t \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 = -t \\ n-1 = -2t \\ p-2 = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1-t \\ n = 1-2t \\ p = 2+t \end{cases} \Rightarrow M(1-t; 1-2t; 2+t)$</p> <p>$CM = \sqrt{(t+2)^2 + (2t+4)^2 + (2+t)^2} = \sqrt{6t^2 + 24t + 24}$</p> <p>Gọi N là hình chiếu vuông góc của M trên (Oxy) suy ra $MN = z_M = t+2$</p> <p>Tam giác MNC vuông tại N suy ra $MN^2 + NC^2 = MC^2$</p> <p>$6t^2 + 24t + 24 = t^2 + 4t + 4 + 20 \Leftrightarrow 5t^2 + 20t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -4 \end{cases}$</p> <p>$t = 0 \Rightarrow M(1;1;2); t = -4 \Rightarrow M(5;9;-2)$</p> <p>Vậy $M(1;1;2)$ hoặc $M(5;9;-2)$</p>	
	<p>Với mọi $n \in N, n \geq 3$. Giải phương trình $\frac{1}{C_3^3} + \frac{1}{C_4^3} + \frac{1}{C_5^3} + \dots + \frac{1}{C_n^3} = \frac{89}{30}$</p>	1,0
VIIa	<p>Ta có $C_k^3 = \frac{k!}{3!(k-3)!} = \frac{k(k-1)(k-2)}{6} \Rightarrow \frac{1}{C_k^3} = \frac{6}{k(k-1)(k-2)} (k \geq 3)$</p> <p>Ta lại có $\frac{1}{(k-1)(k-2)} - \frac{1}{k(k-1)} = \frac{2}{k(k-1)(k-2)}$</p> <p>Đặt $f(k) = \frac{1}{(k-1)(k-2)} \Rightarrow \frac{1}{C_k^3} = 3(f(k) - f(k+1))$</p> <p>Cho k chạy từ 3 tới n ta được</p> <p>$\sum_{k=3}^n \frac{1}{C_k^3} = 3(f(3) - f(4) + f(4) - f(5) + \dots - f(n) + f(n) - f(n+1))$</p> <p>$\sum_{k=3}^n \frac{1}{C_k^3} = 3(f(3) - f(n+1)) = 3\left(1 - \frac{1}{n(n-1)}\right)$</p> <p>Hay $\frac{1}{C_3^3} + \frac{1}{C_4^3} + \frac{1}{C_5^3} + \dots + \frac{1}{C_n^3} = 3\left(1 - \frac{1}{n(n-1)}\right) = \frac{89}{30}$</p> <p>$\Leftrightarrow 3\left(\frac{n^2 - n - 1}{n^2 - n}\right) = \frac{89}{30} \Leftrightarrow 90(n^2 - n - 1) = 89n^2 - 89n$</p> <p>$\Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Leftrightarrow n = 10 \sum_{k=3}^n C_k^3 = 3$</p>	
	<p>1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC vuông tại A, biết B và C đối xứng nhau qua gốc tọa độ. Đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là đường thẳng (d): $x + 2y - 5 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác, biết đường thẳng AC đi qua điểm K(6;2)</p>	1,0

VIb



$B \in (d): x + 2y - 5 = 0$ nên gọi $B(5 - 2b; b)$, vì B, C đối xứng với nhau qua O suy ra $C(2b - 5; -b)$ và $O(0; 0) \in BC$

Gọi I đối xứng với O qua phân giác trong góc B là $(d): x + 2y - 5 = 0$ nên $I(2; 4)$ và $I \in AB$

Tam giác ABC vuông tại A nên $\overrightarrow{BI} = (2b - 3; 4 - b)$ vuông góc với $\overrightarrow{CK} = (11 - 2b; 2 + b)$

$$(2b - 3)(11 - 2b) + (4 - b)(2 + b) = 0 \Leftrightarrow -5b^2 + 30b - 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ b = 5 \end{cases}$$

Với $b = 1 \Rightarrow B(3; 1), C(-3; -1) \Rightarrow A(3; 1) \equiv B$ loại

Với $b = 5 \Rightarrow B(-5; 5), C(5; -5) \Rightarrow A\left(\frac{31}{5}; \frac{17}{5}\right)$

Vậy $A\left(\frac{31}{5}; \frac{17}{5}\right); B(-5; 5); C(5; -5)$

2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho 4 điểm $A(0; 0; -1), B(1; 2; 1), C(2; 1; -1), D(3; 3; -3)$ Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng (AB) và điểm N thuộc trục hoành sao cho đường thẳng MN vuông góc với đường thẳng CD và độ dài $MN = 3$

1,0

Gọi $M(m_1; m_2; m_3)$ là điểm thuộc (AB) khi đó $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}$ cùng phương

$$\overrightarrow{AM} = (m_1; m_2; m_3 + 1), \overrightarrow{AB} = (1; 2; 2)$$

$\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \exists t \in \mathbb{R}: \overrightarrow{AM} = t \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = t \\ m_2 = 2t \\ m_3 = -1 + 2t \end{cases} \Rightarrow M(t; 2t; -1 + 2t)$$

Gọi $N(n; 0; 0) \in (Ox)$

$$\overrightarrow{NM} = (t - n; 2t; 2t - 1), \overrightarrow{CD} = (1; 2; -2)$$

MN vuông góc CD nên $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \Leftrightarrow t - n + 4t - 4t + 2 = 0 \Leftrightarrow t - 2 = n(1)$

$$MN = 3 \Leftrightarrow MN^2 = 9 \Leftrightarrow (t - (t - 2))^2 + 4t^2 + (2t - 1)^2 = 9$$

	$\Leftrightarrow 8t^2 - 4t + 5 = 9 \Leftrightarrow 8t^2 - 4t - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$ <p>Với $t = 1 \Rightarrow n = -1 \Rightarrow M(1; 2; 1), N(-1; 0; 0)$</p> <p>Với $t = \frac{1}{2} \Rightarrow n = -\frac{3}{2} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; 1; 0\right), N\left(-\frac{3}{2}; 0; 0\right)$</p>	
VIIb	<p>Tìm $(n+1) \left(C_n^0 + \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{3} C_n^2 + \frac{1}{4} C_n^3 + \dots + \frac{1}{n+1} C_n^n \right) = 1023$</p>	1,0
	$C_n^0 + \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{3} C_n^2 + \frac{1}{4} C_n^3 + \dots + \frac{1}{n+1} C_n^n = \frac{1023}{10}$ <p>Ta thấy VT có dạng $\sum_{k=0}^n \frac{1}{k+1} C_n^k = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k+1} \frac{n!}{k!(n-k)!} = \sum_{k=0}^n \frac{n!}{(k+1)!(n+1-(k+1))!}$</p> $= \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n \frac{(n+1)!}{(k+1)!(n+1-(k+1))!} = n \sum_{k=0}^n C_{n+1}^{k+1}$ $= \frac{1}{n+1} (C_{n+1}^1 + C_{n+1}^2 + \dots + C_{n+1}^{n+1}) = \frac{1}{n+1} (2^{n+1} - 1)$ <p>Mà $C_n^0 + \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{3} C_n^2 + \frac{1}{4} C_n^3 + \dots + \frac{1}{n+1} C_n^n = \frac{1023}{n+1}$</p> $\Leftrightarrow \frac{1}{n+1} (2^{n+1} - 1) = \frac{1023}{n+1} \Leftrightarrow 2^{n+1} = 1024 \Leftrightarrow n = 9$	